

UNIVERSIDAD DE CALDAS

MAESTRIA EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

TESIS DE MAESTRÍA

CARACTERIZACIÓN DE LA RELACIÓN ENTRE LOS COMPONENTES COGNITIVOS-
AFECTIVOS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO A PARTIR DE LA
APLICACIÓN DE UNA SECUENCIA DE ENSEÑANZA QUE RELACIONA ARTE Y
GEOMETRÍA

. VANY LISETH MUÑOZ CIFUENTES

Manizales, Octubre 2017

UNIVERSIDAD DE CALDAS

MAESTRIA EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

TESIS DE MAESTRÍA

CARACTERIZACIÓN DE LA RELACIÓN ENTRE LOS COMPONENTES COGNITIVOS-
AFECTIVOS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO A PARTIR DE LA
APLICACIÓN DE UNA SECUENCIA DE ENSEÑANZA QUE RELACIONA ARTE Y
GEOMETRÍA

Proyecto de Investigación realizado en el marco de la Maestría Didáctica de las Matemáticas de
la Universidad Caldas, por Vany Liseth Muñoz Cifuentes, bajo la dirección de la
Mgr. Andrea Milena Osorio Cárdenas

Manizales, Octubre 2017

“Las experiencias que favorecen el interés, el esfuerzo y el aprendizaje es sentir que se hacen cosas porque uno quiere, con autonomía, por autodeterminación y no por obligación”

(Tapia, 2005, p. 112)

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por darme la oportunidad de crecer profesionalmente.

A mi esposo, por su paciencia y apoyo en los momentos que más lo necesitaba.

A mis padres, hermanas y sobrinas que con sus chanzas me animaban a seguir adelante.

A mis estudiantes, quienes siempre estuvieron dispuestos para desarrollar las distintas actividades.

A Mgr. Andrea Milena Osorio, por mostrarme el camino, darme sus aportes y brindarme todo su apoyo.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	1
ABSTRACT	2
INTRODUCCIÓN.....	3
CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
1.1 Justificación	4
1.2 Descripción del problema	5
1.3 Objetivos.....	7
1.3.1 Objetivo general.....	7
CAPÍTULO 2: REFERENTE CONCEPTUAL.....	8
2.1 Antecedentes	8
2.2 Emociones y Aprendizaje Matemático.....	13
2.2.1 Aspectos afectivos:	16
2.2.2 Los Aspectos cognitivos:	17
2.3 Historia y Epistemología de la Simetría.....	21
CAPÍTULO 3: DISEÑO METODOLÓGICO	24
3.1 Unidad de Trabajo.....	24
3.2 Técnicas e Instrumentos	25
3.3 Unidad de Análisis	28
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	34
4.1 Cognitivo	34
1.1 Tendencia 1: Los estudiantes se encuentran en un nivel 1 de reconocimiento según los niveles de razonamiento de Van Hiele.	35
4.1.2 Tendencia 2: Los estudiantes dejan de lado el aspecto cognitivo y se enfocan en hacer descripciones netamente estéticas	38

4.1.3 Tendencia 3: Los estudiantes asumen el manejo de los instrumentos como una dificultad para la construcción de la mándala.....	41
4.2 Componente Afectivo.....	43
4.2.1 Tendencia 1: Los estudiantes expresan satisfacción e interés en el desarrollo de la tarea ya sea porque les parece importante para la vida o porque le gusta lo artístico.	43
4.2.2 Tendencia 2: Los estudiantes expresan motivación y entusiasmo en el desarrollo de las diferentes actividades.....	46
4.3 Relación entre lo cognitivo y lo afectivo en el aprendizaje de la geometría a través del arte	49
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	51
BIBLIOGRAFÍA.....	54
ANEXOS	60

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1, Características estudiantes</i>	25
<i>Tabla 2, Cuadro operacionalización de instrumentos</i>	30
<i>Tabla 3, Análisis actitudes matemáticas</i>	30
<i>Tabla 4, Análisis actitudes hacia las matemáticas</i>	31
<i>Tabla 5, Análisis creencias acerca de las matemáticas</i>	31
<i>Tabla 6, Análisis creencias acerca de si mismo</i>	31
<i>Tabla 7, Análisis emociones</i>	32
<i>Tabla 8, Análisis componente cognitivo</i>	32
<i>Tabla 9: Transcripción y codificación E1 y E5</i>	35
<i>Tabla 10, Transcripción E1</i>	36
<i>Tabla 11, Transcripción E2</i>	36
<i>Tabla 12, Transcripción y codificación de E5 y E6</i>	38
<i>Tabla 13, Transcripción instrumento 1.4 de E3, E5 y E6</i>	40
<i>Tabla 14, Transcripción E2, E5 y E6</i>	41
<i>Tabla 15, Transcripción E1</i>	43
<i>Tabla 16, Transcripción E6</i>	45
<i>Tabla 17, Transcripción E3</i>	47

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1, Análisis cognitivo niveles de razonamiento de Van Hiele</i>	<i>29</i>
<i>Figura 2, Elementos de análisis afectivo Gómez (2000)</i>	<i>29</i>
<i>Figura 3, Relación niveles de razonamiento, actitudes matemáticas y creencias acerca de las matemáticas.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 4, Relación descriptores afectivos (actitudes hacia las matemáticas, creencias acerca de uno mismo y emociones)</i>	<i>49</i>
<i>Figura 5, Relación cíclica componente afectivo y cognitivo del aprendizaje de las matemáticas</i>	<i>50</i>
<i>Figura 8, Mándala construida por E5.....</i>	<i>83</i>
<i>Figura 9, mándala construida por E4</i>	<i>83</i>
<i>Figura 10, Mándala construida por E2.....</i>	<i>83</i>

RESUMEN

El proyecto caracteriza la relación entre el componente cognitivo-afectivo de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Encimadas Sede Central al aplicar una secuencia de enseñanza que relaciona geometría y arte.

Al desarrollar la secuencia de enseñanza se empleó las fases para el aprendizaje de la Geometría propuestas por Van Hiele (1987) citado en Jaime y Gutiérrez (1990). En las etapas de información, orientación dirigida y explicitación se construyeron mándalas para enseñar el concepto de transformaciones isométricas. En la orientación libre y la integración, los estudiantes construyeron sus propias mándalas y realizaron descripciones del proceso seguido para su construcción.

El análisis del componente afectivo se basó en la clasificación de Gómez (2000, 2010) en las creencias (acerca de la matemática y acerca de uno mismo), en las actitudes (matemáticas, hacia las matemáticas) y en las emociones (motivacional). Para el componente cognitivo se realizó el análisis de acuerdo a los cuatro niveles de razonamiento que propone Van Hiele (1987) citado en Jaime y Gutiérrez (1990) (de reconocimiento, de análisis, de clasificación y deducción formal).

ABSTRACT

The project characterizes the cognitive-affective component of the sixth grade students of the Educational Institution Encimadas Central Headquarters by applying a teaching sequence that relates geometry and art.

In developing the teaching sequence, the phases for the learning of Geometry proposed by Van Hiele (1987) cited in Jaime and Gutiérrez (1990) were used. In the stages of information, directed and explicit guidance, mandalas were built to teach the concept of isometric transformations. In free orientation and integration, the students constructed their own mandalas and made descriptions of the process followed for their construction.

The analysis of the affective component was based on the classification of Gómez (2000, 2012) in beliefs (about mathematics and about oneself), attitudes (mathematics, towards mathematics) and emotions (motivational). For the cognitive component, the analysis was performed according to the four levels of reasoning proposed by Van Hiele (1987) cited in Jaime and Gutierrez (1990) (recognition, analysis, classification and formal deduction).

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo ha sido caracterizar la relación entre los componentes cognitivos y afectivos de un grupo de estudiantes de grado sexto a partir de la aplicación de una secuencia de enseñanza diseñada de acuerdo a las fases de aprendizaje de Van Hiele que relacione la geometría y el arte.

El trabajo se encuentra dividido en cuatro capítulos. El primer capítulo se justifica la problemática por la que surgió este proyecto dando origen a los objetivos que se trazaron desde el inicio y la pregunta de investigación.

En el segundo capítulo se presentan los antecedentes y los referentes teóricos que se consultaron para que se enriqueciera teóricamente el proyecto, además de ayudar a comprender aspectos tratados en él, y que aportaran en su construcción.

En el tercer capítulo se expone el diseño metodológico, el tipo de estudio, los instrumentos aplicados y las categorías que se tendrán en cuenta para realizar el análisis de la información.

En el cuarto capítulo se muestran los resultados encontrados en el trabajo describiendo las tendencias de acuerdo a los objetivos propuestos.

CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Justificación

La motivación por aprender matemáticas juega un papel muy importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje y el componente afectivo determina en gran medida la calidad del aprendizaje. Gómez (2000) señala que dicha componente tiene tres descriptores básicos que son factores claves en la comprensión del estudiante y en el comportamiento en matemática. Estos descriptores son: las creencias, las actitudes y las emociones.

Gómez (2002) reconoce que la influencia de las variables afectivas en la construcción de conocimiento matemático y en este caso de geometría es muy importante. Cabe resaltar que las cuestiones afectivas se han puesto de relieve para muchos investigadores, los afectos son factores claves en la comprensión del comportamiento del estudiante y en el aprendizaje de la geometría.

El aprendizaje de las transformaciones isométricas es uno de los conceptos matemáticos que generalmente quedan en segundo plano en la educación ofrecida actualmente. Olvidando que su contenido es igual de significativo para el desarrollo lógico matemático de los estudiantes. Por lo tanto es importante incorporar en la enseñanza de dicho concepto estrategias que provocan en los estudiantes el interés por aprender.

De acuerdo con las dificultades que se encuentra en aprender las matemáticas y en este caso la geometría, se propone en el trabajo de investigación incorporar el arte en el aprendizaje del concepto de transformaciones isométricas. Ceberio (2014) propone que el arte puede ser un elemento útil para la educación matemática siempre que se incluya los valores de la cultura matemática.

La transversalización es una herramienta útil al momento de enseñar conceptos, por lo tanto la clase de artística puede ser el momento para permitir que los estudiantes descubran la relación existente entre la geometría y el arte. Al transversalizar la geometría con la artística se crea una estrategia útil para que los estudiantes demuestren actitudes positivas al momento de aprender geometría. Los estudiantes demuestran mucho interés y motivación por desarrollar actividades en la clase de artística pero ocurre todo lo contrario con la clase de matemáticas. Los estudiantes expresan desinterés y poca motivación por aprenderla ya que históricamente ha sido estigmatizada como un área difícil y con poca aplicabilidad en la vida cotidiana.

1.2 Descripción del problema

En las últimas décadas las investigaciones y estudios sobre el afecto y el aprendizaje de la matemática ha aumentado de manera considerable, con el fin de impulsar un desarrollo en la didáctica de la matemática a nivel teórico de datos empíricos y prácticas didácticas (Gómez, 2010). La falta de motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría ha sido una constante en la Institución Educativa Encimadas, donde ellos expresan diferentes emociones negativas, como lo plantea Gómez (2000) en el mapa de humor (miedo, desconcierto, aburrimiento, bloqueo, desesperación, indiferencia) al momento de realizar actividades que requieren de conocimiento geométrico.

Como afirma Barquero (S.F) la geometría ha sido dejada de lado con frecuencia en la educación infantil, olvidando que aporta significativamente al desarrollo de habilidades lógico-matemáticas de los estudiantes y la institución educativa, donde se llevó a cabo el proyecto no es ajena a esta situación. Los estudiantes presentan dificultades al momento de identificar

conceptos básicos de geometría como la medida y el uso de instrumentos para realizar construcciones geométricas. Una de las exigencias del Ministerio de Educación Nacional (MEN) en los referentes de los estándares básicos de competencias del MEN (2006) señala que los estudiantes de grado 6° a 7°, deben “clasificar polígonos en relación con sus propiedades, además de predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones rígidas y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte”.

En los resultados de las pruebas SABER 3°, 5° y 9° del área de matemáticas en la lectura de resultados se encuentra muy débiles en componente geométrico-métrico y en representación y modelación, por tanto es fundamental empezar a atender áreas como la geometría, ya que en este tipo de pruebas preguntan acerca de las diferentes temáticas propias de esta área y al ser puestas en segundo plano están afectando significativamente los resultados de las pruebas saber y se ve reflejado en el desempeño de ISCE (índice sintético de la calidad educativa), con el cual el gobierno nacional está midiendo a las instituciones educativas.

Los resultados arrojados en el componente geométrico evidenciados en las pruebas SABER son preocupantes, por tal motivo se hace necesario promover la motivación que tienen los estudiantes hacia el aprendizaje de conceptos geométricos y el desconocimiento que tienen sobre ellos. La motivación hacia el aprendizaje de la geometría está ligada a las emociones que experimentan los estudiantes al momento de desarrollar una tarea, ya sea de éxito o fracaso (Gómez, 2009). Cabe resaltar la importancia de prestar atención a las reacciones de los estudiantes al momento de desarrollar las tareas.

Dado lo anterior, la pregunta de investigación que se propone para este trabajo de investigación es: ¿Cómo se relacionan los componentes cognitivo-afectivo en los estudiantes de grado 6° a partir de la aplicación de una secuencia de enseñanza que relaciona arte y geometría?

Con este proyecto se pretende caracterizar como influye el componente afectivo en el aprendizaje del concepto de transformaciones isométricas: giro mediante la construcción de mándalas, es decir relacionando la geometría y el arte.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general.

Caracterizar la relación entre el componente cognitivo-afectivo en los estudiantes de grado sexto a partir de la aplicación de una secuencia de enseñanza que relaciona arte y geometría.

1.3.2 Objetivos específicos

Describir el componente cognitivo durante la aplicación de una secuencia de enseñanza basada en las transformaciones isométricas y el arte.

Describir el componente afectivo durante la aplicación de una secuencia de enseñanza basada en las transformaciones isométricas y el arte.

CAPÍTULO 2: REFERENTE CONCEPTUAL

2.1 Antecedentes

Para comprender el objeto a investigar se realizó un rastreo de antecedentes que permitió conocer un poco acerca de cómo influye el afecto en el aprendizaje de las matemáticas y el papel que puede jugar el arte en la enseñanza de conceptos geométricos.

En el estudio realizado por Gómez-Chacón (2010) titulado: *Tendencias actuales en investigación en matemáticas y afecto* se encuentra un análisis del estado actual de las investigaciones que se han realizado acerca de matemáticas y afecto. En los últimos años los estudios sobre este tema han aumentado significativamente a tres niveles, los cuales son: teórico, datos empíricos y prácticas didácticas.

Actualmente se pretende conceptualizar el afecto y el pensamiento matemático que se marca en dos características las cuales intenta consolidar un marco teórico satisfactorio y desarrollar instrumentos de medición y otras herramientas metodológicas que deben incorporarse al currículo. Los descriptores básicos aceptan cuatro categorías de afecto como lo son emociones, actitudes, creencias y valores éticos y morales. El antecedente señala algunas investigaciones realizadas teniendo en cuenta los descriptores básicos antes mencionados.

Este antecedente es importante para este proyecto, ya que da referentes bibliográficos en los cuales se puede encontrar y visibilizar el tema a investigar. Además describe el estado en cuanto a marcos teóricos, metodológicos y propuestas de programas de actualización didáctica para docentes y alumnos en cuanto a las matemáticas y el afecto, dejando preguntas abiertas acerca de lo que se puede investigar.

Otro antecedente revisado de la misma investigadora en el año 2000 titulado: *Matemática emocional*- recopila una serie de investigaciones dedicadas a estudiar las matemáticas y el afecto, las cuales han arrojado resultados donde la afectividad juega un papel esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En el documento se propone la manera que tienen los estudiantes de conocer, reaccionar afectivamente en el aprendizaje de las matemáticas, y de la forma de construir el conocimiento. En el que se entreteje la cognición y el afecto; además propone un modelo de análisis para el estudio de la interacción entre la cognición y afecto. Presenta con bastante detalle su uso en el análisis de protocolos de grabaciones de sesiones de aula y de instrumentos para el diagnóstico de las reacciones emocionales.

El estudio realizado por Alsina & Domingo (2007) titulado *Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas* expone un estudio realizado con 240 estudiantes de 14 a 16 años de cuatro centros educativos de Cataluña Central, divididos en dos grupos (uno es el grupo experimental y el otro el grupo control) los cuales tenían un rendimiento similar antes de aplicar el instrumento. El instrumento está estructurado de acuerdo a siete protocolos para introducir contenidos matemáticos, los cuales tienen estructura similar: Título, Conocimientos previos, Propuesta de material manipulable a utilizar, Propuesta de protocolo a seguir y Propuesta de ficha de trabajo escrita.

Aplicaron el test AF-5 (Musitu y García, 1999), un test estandarizado que existe en el mercado para medir el grado de motivación, ya que es un instrumento que puede aportar datos fiables. Este test evalúa cinco dimensiones: la social, la académico profesional, la emocional, la familiar y la física. En la discusión llegaron a la conclusión que estadísticamente la motivación que presenta el grupo experimental después de la aplicación del programa de transposición didáctica es mayor que el grupo control.

Este estudio es de utilidad para el proyecto, ya que argumenta que la motivación es esencial para aprender, y esta no viene dada de forma natural en la mayoría de los estudiantes, por tal razón los docentes deben diseñar propuestas didácticas donde provoque la motivación. El material manipulable juega un papel fundamental, ya que requiere involucrar a los estudiantes en actividades significativas, donde ellos tengan la posibilidad de interactuar, conjeturar y crear sus propias experiencias con un acompañamiento adecuado del profesor.

El informe escrito por Rodríguez & Gómez-Chacón (2013) cuenta los resultados parciales de una investigación longitudinal de 20 estudiantes de sexo femenino, a las cuales le hicieron un seguimiento durante los dos primeros años de secundaria hasta tercero, en un colegio de clase media-baja ubicada al sur del Distrito Federal de México. Los instrumentos usados en la investigación para la toma de datos fueron: cuestionario de matemática, asociaciones libres, escala AMMEC (versión abreviada) (Ursini, Sánchez y Orendai, 2004), grupos focales y entrevistas a profundidad.

El enfoque metodológico del estudio es cualitativo interpretativo, con el fin de identificar la interacción entre cognición y afecto, para ello siguió con la metodología planteada por Gómez-Chacón donde estructura elementos que permiten interpretar las emociones, las creencias individuales y colectivas, las interacciones en el aula en relación con el afecto y la cognición. Analizaron los factores afectivos en la interacción en el aula desde tres categorías de análisis: social, cultural y afectiva.

Los resultados muestran que en las tareas matemáticas influye la relación entre cognición y afectividad lo que en consecuencia influyen en la construcción de identidades matemáticas más sólidas. Se pone en evidencia que cuando las actividades carecen de práctica, producen

cansancio y hastío en los estudiantes, pero cuando la actividad está dada en ambientes didácticos promueve rutas positivas entre el afecto y la cognición. Este estudio confirma que la construcción del conocimiento matemático no sólo está dada por la relación entre el estudiante y el docente, sino que abarca una serie de redes de interacción social que incluye el entorno sociocultural.

Ese estudio pretende describir las relaciones entre la dimensión afectiva y la identidad sociocultural de los estudiantes. Es un trabajo muy similar lo que se quiere hacer en este proyecto que es caracterizar la relación entre los componentes afectivos y cognitivos en los estudiantes a partir de la aplicación de una secuencia de enseñanza que relaciona el arte y la geometría.

El documento escrito por García & Farfán (2014), titulado *Actitudes de estudiantes de secundaria hacia las matemáticas* ofrece una explicación de las actitudes que tienen los estudiantes de la escuela secundaria en México hacia la matemática en general y un tema en particular que es la proporcionalidad. En la investigación aplicaron un enfoque biográfico el cual expresa una hipótesis en el cual el investigador recolecta relatos de vida y narrativo porque indaga acerca de los relatos de personas, grupos e instituciones que componen, y sobre la vida social.

Para analizar el constructo de la actitud los autores tienen en cuenta 3 componentes los cuales son: cognitivo (percepciones, creencias y estereotipos), afectivo (sentimientos) y conductual (las tendencias, las disposiciones, las intenciones y las acciones). En este proyecto las actitudes hacia las matemáticas se refieren a la valoración, el aprecio y el interés que produce esta disciplina por el aprendizaje de parte de los estudiantes.

El documento sólo cuenta la manera de cómo van a poner en práctica los instrumentos, pero no muestra resultados como tal. Este antecedente supone que las actitudes juegan un papel muy importante en el aprendizaje de las matemáticas ya que de ella depende en gran medida la motivación por aprenderla y el éxito o el fracaso. Por tal motivo las situaciones de aprendizaje deben permitir construir significados permitiendo que experimenten, conjeturen y construyan sus propios conceptos y definiciones matemáticas.

Chavarría (2014) en su investigación *La matemática en la pintura costarricense: un primer acercamiento* de la Universidad Nacional de Costa Rica, tenía como objetivo principal determinar la manera cómo influye las matemáticas en la pintura costarricense, ya que de esta manera puede aportar significativamente en la enseñanza de las matemáticas y en el desarrollo del conocimiento de la asignatura.

La relación entre las diferentes disciplinas en la actualidad están jugando un papel muy importante y por tanto al hacernos la pregunta ¿cuál es la relación existente entre la matemática y la pintura? es lógico pensar en uso de espacios, de las simetrías, de las proporciones y de la perspectiva, lo cual nos permite ver la profunda relación que ambas tienen.

El autor empieza a hacer un rastreo histórico del papel que ha jugado la matemática en el arte de todo el mundo. Para ello consulta a varios autores como Pérez (2001), quien dice que la relación entre la matemática y el arte está dada desde la pintura rupestre, ya que desde esta época surgen las manifestaciones del hombre por expresar el espacio en forma gráfica y continúa con la cultura griega y romana. Martínez (2011) realiza un recorrido histórico de lo sucedido entre el arte y las matemáticas en los diferentes siglos y Corrales (2000) realizó un análisis a partir de la obra de Picasso identificando las correlaciones indiscutibles con el avance matemático de la mano de Fermat.

Fue una investigación de tipo cualitativo y los instrumentos usados fueron la entrevista semiestructurada, entrevista a profundidad, a 20 pintores costarricenses y análisis de textos.

Los resultados que arrojó la investigación es que los pintores reconocen usar la matemática en la elaboración de las pinturas pero de manera prácticamente empírica y desconocen algunos pintores que históricamente han utilizado la matemática como punto de referencia para sus obras y de algunos pintores costarricenses quienes enfocan sus obras en la matemática.

Esta investigación le aporta al proyecto una perspectiva acerca de la importancia que tiene la matemática en la educación artística, ya que en la mayoría de colegios en Colombia la artística es vista como una “costura” y se le da poca importancia en el currículo. Por tanto, es importante enseñar algunos conceptos matemáticos por medio de la educación artística y de esta manera motivar a los estudiantes por aprender matemáticas desde sus intereses.

2.2 Emociones y Aprendizaje Matemático

Los estudiantes llegan al aula de clase con una serie de concepciones acerca de las matemáticas que la sociedad se ha encargado de formarles a lo largo de la historia y esto influye notablemente en la motivación del estudiante por aprender matemáticas. Además de experimentar reacciones emocionales como el miedo al enfrentarse a las matemáticas. Gómez (2000) expresa que la clase tradicional donde el docente es un transmisor de conocimiento y el estudiante es quien recoge lo que el profesor transmite, ha empezado a modificarse con la perspectiva constructivista. En la cual el docente es dinamizador del aprendizaje y el estudiante le otorga el significado a lo que se aprende y empieza a cambiar la concepción que tiene sobre las matemáticas.

Los estudiantes experimentan diferentes reacciones emocionales cuando están aprendiendo un concepto matemático y estas reacciones dependen de ciertas expectativas al asistir a una clase de matemáticas, pero si ésta no llena sus expectativas pierde totalmente el interés y por supuesto como consecuencia la falta de motivación. Las clases orientadas a los estudiantes deben partir de sus necesidades conceptuales y culturales para que de esta manera el estudiante reaccione positivamente hacia el aprendizaje de las matemáticas y se rompa con los paradigmas que tienen los estudiantes acerca de esta área.

La enseñanza de las matemáticas se ha venido dando de una manera memorística y mecánica donde poco se le permite al estudiante experimentar, tener un contacto cercano con la realidad. Los docentes tiene la concepción de que los estudiantes deben aprender a desarrollar algoritmos y una serie de ejercicios para que memoricen procedimientos, olvidando que a los estudiantes se les debe despertar la intención de aprender y la curiosidad mediante experiencias novedosas y que planteen interrogantes y desafíos a los que nunca se había enfrentado. Además de estimular la curiosidad en el estudiante también es muy importante que conozcan la relevancia y utilidad del concepto enseñado para que de esta manera se tengan objetivos claros cuando se enseña y aunque se presenten dificultades es importante tener claro lo que se pretende enseñar del concepto (Tapia, 2005).

La nota es usada por los docentes como premio o castigo y es uno de los principales factores para motivar el aprendizaje, perdiendo de vista la motivación intrínseca de los estudiantes y lo fundamental que es despertar en ellos la curiosidad. Tapia (2005) expresa que al estudiante hay que proponerle situaciones novedosas que planteen interrogantes, rompan sus expectativas y planteen desafíos que ellos no sabían cómo enfrentar, para que de esta manera se cree una incertidumbre que despierte su curiosidad y por supuesto atraiga su atención.

Las sensaciones de éxito o de fracaso experimentadas por los estudiantes influyen notablemente en el desarrollo de habilidades y destrezas, ya que si se le presentan dificultades es muy probable que su motivación se vea afectada y prefiera no esforzarse por alcanzar el logro, le da temor fracasar. Tapia (2005) expresa:

Que el interés y el esfuerzo que los escolares ponen en la realización de las actividades de aprendizaje dependen del grado en que son capaces de ir atendiendo de forma organizada a diferentes factores: a la naturaleza de la tarea, a la meta que buscan conseguir, a las estrategias adecuadas para manejar las emociones negativas que aparecen cuando surgen dificultades, a los procedimientos y estrategias generales y específicas que pueden permitirle para resolver problemas. (p. 78).

En el momento que los estudiantes llegan al aula de clase los docentes contribuyen positiva o negativamente en la motivación por el aprendizaje de los estudiantes, por lo que es de vital importancia crear ambientes de aprendizaje motivadores que lleven al estudiante a experimentar y pensar de una manera activa, y no permitir que las emociones, las creencias y actitudes afecten negativamente su desarrollo. Al plantear situaciones es necesario tener en cuenta que el grado de dificultad sea manejable y le permita al estudiante valorar el progreso y los resultados que realiza del mismo y de esta manera no sientan fracaso cuando una situación no se solucione con facilidad o de manera rápida.

El estar pendiente de una buena calificación, aprobar un examen ha hecho que lo aprendido en la escuela sea poco eficiente para los estudiantes. Si por el contrario lo que interesara verdaderamente fuera aprender, experimentar y desarrollar estrategias que permita a los estudiantes la comprensión del concepto, se tendrían estudiantes motivados por aprender matemáticas y con la capacidad para desenvolverse en una sociedad que exige personas cada vez más competentes.

Es importante resaltar algunos aspectos afectivos y cognitivos que se deben tener en cuenta para realizar un análisis estructurado según lo que plantea Gómez (2000,2010), Jaime y Gutiérrez (1990) y Vargas y Araya (2013).

2.2.1 Aspectos afectivos:

Al consultar a Gómez (2000) y Rodríguez y Gómez-Chacón (2013) se puede deducir una serie de categorías que influyen en el aprendizaje de las matemáticas y las cuales son punto de referencia al momento de hacer análisis de la información recogida. Estos aspectos se dividen en creencias, actitudes y emociones.

Las Creencias son las ideas que tienen los estudiantes acerca del conocimiento matemático y de la capacidad que tiene para aprenderlo. Por lo tanto se divide en:

Creencias acerca de la matemática (objeto): Se refiere a las creencias que se tienen acerca de la naturaleza de la matemática y de la importancia que tiene aprender el objeto matemático para su vida cotidiana.

Creencias acerca de uno mismo (y su relación con la matemática): Este se refiere a las creencias que tiene el estudiante acerca de su capacidad por aprender, a la capacidad para desarrollar habilidades matemáticas y a los paradigmas que la sociedad ha impulsado en su forma de pensar.

Las actitudes se dividen en dos subcategorías:

Las actitudes hacia las matemáticas: que se refieren a la valoración y el aprecio de la matemática, el interés por la materia y por aprenderla. Se revela en términos de interés, satisfacción y curiosidad.

Las actitudes matemáticas: Es un aspecto de carácter cognitivo, y alude al modo de usar capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, apertura mental, espíritu crítico, objetividad, entre. Otros. Que son relevantes al momento de aprender matemáticas.

Las emociones influyen en la motivación por aprender por lo tanto el aspecto motivacional corresponde a esta categoría.

Motivacional: La autoconciencia, la motivación, el entusiasmo, la perseverancia, la empatía y la agilidad mental.

2.2.2 Los Aspectos cognitivos:

En el aspecto cognitivo se tiene en cuenta el modelo de Van Hiele planteados por Jaime & Gutiérrez (1990) y Vargas & Araya (2013) quienes sostienen que el modelo de Van Hiele está formado por dos partes: la primera parte es puramente descriptiva llamados los *niveles de razonamiento* y la otra parte encargada de dar directrices a los docentes para que ayuden a alcanzar el nivel de razonamiento más alto a sus estudiantes conocidos como fases de aprendizaje.

2.2.2.1 Niveles de Razonamiento de Van Hiele

A continuación se presentan las principales características que muestran los estudiantes en cada uno de los niveles de razonamiento de Jaime & Gutiérrez (1990)

Nivel 1: (de reconocimiento): El estudiante solo maneja información visual, tiene una percepción general de los objetos y las figuras y las clasificaciones que hace se basan en la apariencia general, identifica formas y las reproduce sin tener en cuenta sus propiedades. A

continuación se presenta las características concretas que definen al estudiante en este primer nivel:

- La percepción que tienen los estudiantes de las figuras geométricas son globales e incluyen características irrelevantes en sus descripciones.
- Distinguen las figuras de manera individual no cuentan con la capacidad de realizar generalizaciones de las características en figuras de la misma clase.
- Sus descripciones se enfocan en lo físico. No hacen reconocimientos y clasificaciones.
- Comparan las figuras con objetos de la naturaleza y el medio que lo rodea.
- No reconocen las propiedades matemáticas que componen a las figuras.

Nivel 2: (de análisis): En este nivel los estudiantes descubren que las figuras están formadas por partes y que estas están dotadas de propiedades matemáticas, aunque no cuentan con la capacidad de relacionarlas. No le encuentra la necesidad e importancia a las definiciones pero deducen propiedades a partir de la experimentación. Las características para determinar a los estudiantes en el nivel 2 son las siguientes:

- Los estudiantes reconocen que las figuras geométricas está conformada por elementos y tiene propiedades matemáticas.
- De manera informal hacen descripciones de las partes que integran las figuras y reconoce algunas propiedades.
- Hace generalizaciones de las propiedades a partir de la experimentación.

- No realizan clasificaciones lógicas ya que no cuentan con la capacidad para relacionar propiedades.

Nivel 3: (de clasificación): En este nivel los estudiantes empiezan a establecer relaciones, a comprender el papel de las definiciones, une las representaciones gráficas como verificación de las deducciones más que como un medio de realizarlas, puede entender las demostraciones pero no tienen la capacidad para construirlas. Las características son las siguientes:

- Reconoce las propiedades se deducen de otras y descubre las implicaciones.
- Empiezan a tener una capacidad de razonamiento formal.
- Clasifica lógicamente las diferentes familias de las figuras a partir de sus propiedades o relaciones, aunque sus razonamientos lógicos se siguen apoyando en la manipulación.
- Pueden describir la figura de manera formal, es decir, da definiciones matemáticamente correctas y reconoce su importancia.
- No comprenden la estructura de una demostración y por lo tanto no es capaz de construirla.
- No comprende la estructura axiomática de las matemáticas.

Nivel 4 (deducción formal): En este nivel los estudiantes completan el desarrollo del razonamiento lógico formal, ya que cuentan con la capacidad de definir correctamente, reconoce la existencia de definiciones equivalentes y reconoce la importancia de la deducción como principal medio para verificar la validez de una definición. Las características que define este nivel son:

- La capacidad que tiene el estudiante para entender y realizar razonamientos lógicos formales y las demostraciones ya que reconocen que es el único medio para verificar la verdad de las afirmaciones.
- Comprende la estructura axiomática de las matemáticas.
- Reconocen la existencia de demostraciones alternativas de un mismo teorema y la existencia de definiciones equivalentes.

2.2.2.2 Fases de Aprendizaje del Modelo Van Hiele

Para el diseño de una secuencia de enseñanza de las transformaciones isométricas se tiene en cuenta las fases de aprendizaje de Van Hiele, como lo propone Jaime y Gutiérrez (1990) en su documento “*Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría*”:

Fase 1: Información

En esta fase el docente da a conocer a sus estudiantes el tema que se desarrollará, la problemática, actividades y recursos que se utilizarán. Se indaga acerca de los preconceptos o pre saberes que tienen los estudiantes de la temática que empezará a trabajar.

Fase 2: Orientación dirigida

En esta fase se tiene como finalidad que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan. Se hace necesario que ellos empiecen a explorar. Las actividades que se desarrollen con los estudiantes deben ser clasificados de forma que los conceptos se presenten de forma progresiva

Fase 3: Explicitación

En esta fase los estudiantes deben tener la posibilidad de compartir con sus compañeros las experiencias, explicando la manera cómo ha realizado la actividad haciendo socialización con el grupo. Se debe tener la oportunidad de compartir puntos de vista para que los estudiantes tengan la oportunidad de justificar y analizar las ideas y de esta manera fortalecer el uso de vocabulario matemático.

Fase 4: Orientación libre

En esta fase los estudiantes deben poner en práctica los conocimientos y lenguaje adquiridos en las fases anteriores con el objetivo de perfeccionarlo. Esta fase se pretende que los estudiantes usen y combinen los nuevos conceptos y propiedades.

Fase 5: Integración

En esta fase se busca que los estudiantes adquieran una red de relaciones mentales, mejor que la anterior y su razonamiento sean mayores. Es importante que adquieran una perspectiva general de los contenidos y métodos que tienen a la mano para relacionarlos con los nuevos conocimientos y los conocimientos que se hayan estudiado y aprendido con anterioridad.

2.3 Historia y Epistemología de la Simetría

La historia de la simetría viene desde los tiempos más antiguos y tiene una relación muy estrecha con la historia de la geometría, por lo tanto se hará un breve recorrido por las civilizaciones antiguas hasta llegar a la actualidad de acuerdo a lo escrito por Kline (2012).

En la geometría de la antigua Grecia se hablaba de una geometría estática, donde ésta se basaba en que los griegos tenían una estructura geométrica y matemática que se mantenía fiel respecto a los principios de la proporción y la simetría. El mayor propulsor de esta época fue Euclides así como lo expresa Alsina, Pérez & Ruiz (1989) “el desarrollo de la geometría ha tenido dos momentos claves y el primero fue cuando Euclides hizo la primera recopilación basándose en que la geometría podía organizarse y establecerse no solo por medio de la observación y la experimentación, sino mediante el razonamiento lógico” (p. 13) y esta idea quedó en la obra Los Elementos, que ha sido utilizada para el estudio de la geometría durante épocas.

Los árabes después de haber conquistado a la India, España, norte de África y el sur de Italia se interesaron por las artes y las ciencias. La geometría árabe estuvo influida por Euclides, Arquímedes y Herón (Kline, 2012). Desde tiempos muy remotos la geometría ha sido utilizada con fines decorativos y ha dejado un legado cultural muy importante. En la ciudad de Alhambra de Granada hay representaciones geométricas de las 17 posibles isometrías en el plano y Fedorov un cristalógrafo ruso, fue el primero en demostrar que no hay más de 17 estructuras básicas para las infinitas decoraciones posibles del plano formando mosaicos periódicos (Alsina, Pérez & Ruiz, 1989).

En la edad media la representación de los objetos, problemas de sombra y la descripción del mundo real se convirtió en una preocupación para los pintores de la época como: Filippo Brunelleschi, quien descubrió la perspectiva cónica; Leonardo Da Vinci, buscó la proporcionalidad del cuerpo y Alberto Durero, quien en sus obras tuvo en cuenta la geometría y la medida para ayudar a los artistas con la perspectiva.

Según Kline (2012) los autores ayudaron a la aparición de la geometría proyectiva como herramienta en el estudio de la geometría y las transformaciones en el plano. En la edad moderna Girard Desargues fue el precursor de las transformaciones geométricas y sentó las bases de la geometría proyectiva y Blaise Pascal redactó los tratados de cónica teniendo en cuenta los métodos de Desargues sobre la geometría proyectiva y las transformaciones geométricas.

La geometría analítica se introdujo en el siglo XVII por Fermat y por Descartes para resolver problemas geométricos. La noción de transformación fue trabajada por Poncelet, considerado como uno de los padres de la geometría proyectiva y desarrolló el método de las transformaciones que llevó a otros matemáticos a realizar nuevas investigaciones; “Poncelet fue el primer matemático en apreciar completamente que la geometría proyectiva era una nueva rama de las matemáticas con métodos y metas propios” (Kline, 2012, p. 1113).

CAPÍTULO 3: DISEÑO METODOLÓGICO

El presente estudio pretende caracterizar la relación de los componentes cognitivos y afectivos en los estudiantes de grado sexto a partir de la aplicación de una secuencia de enseñanza que relaciona arte y geometría basada en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele. Tiene un alcance descriptivo propio de los estudios cualitativos.

De acuerdo con (Goetz & LeCompte, 1988) se parte de teorías previas que permiten definir algunas categorías iniciales del estudio, pero se deja emerger otras categorías que, en el estudio, dan cuenta de las relaciones entre los componentes cognitivo y afectivos cuando se aprende geometría.

Siguiendo a (Godino, 2003) este enfoque metodológico hace referencia a la complejidad del fenómeno que hace necesario un estudio holístico y de casos, así como de disponer de múltiples técnicas de recogida de datos, la especificidad respecto al saber matemático que hace posible la generación de hipótesis previas, a partir del estudio de dicho saber y de su génesis epistemológica, así como el uso de técnicas de análisis de datos cualitativos.

3.1 Unidad de Trabajo

El estudio que se realizó con los estudiantes del grado 6° del año 2016 de la institución Educativa Encimadas sede central del municipio de Samaná, Caldas, corregimiento Encimadas catalogada como zona rural de dicho municipio, cuenta con 10 sedes, 2 pos primarias y 8 sedes unitarias, es una institución pública que atiende a niños y jóvenes de preescolar, básica y media. Se trabaja con metodología Escuela Nueva y pos primaria rural, por lo tanto la mayoría de grupos son multigrado.

El desarrollo de la investigación se llevó a cabo en un aula con condiciones normales. El grupo estaba conformado por 20 estudiantes, hombres y mujeres, de los 20 se seleccionaron 6 estudiantes para el análisis de la información. Las características de los estudiantes seleccionados se encuentran en la tabla 1. Los criterios de selección para los estudiantes fueron:

- Asistencia de los estudiantes a la mayoría de las sesiones. Se debe aclarar que el criterio de inclusión se da porque los estudiantes se movilizan mucho.
- Los estudiantes que tuvieran mejor producción escrita en los instrumentos.
- Dos estudiantes con buen rendimiento académico, dos estudiantes promedio del grupo y dos estudiantes con bajo rendimiento en el área de matemáticas.
- No existe igual cantidad de hombres y mujeres porque las sesiones de la secuencia fueron aplicada durante el horario escolar los días viernes. Al ser una zona rural los días viernes algunos estudiantes de sexo masculino se quedan en sus casas ayudando en la molienda. Esto tuvo implicaciones para la selección de la unidad de análisis

Tabla 1, Características estudiantes

ESTUDIANTE	EDAD	GÉNERO	RENDIMIENTO
E1	12 años	Femenino	Bueno
E2	12 años	Femenino	Bueno
E3	12 años	Femenino	Promedio
E4	14 años	Masculino	Promedio
E5	12 años	Femenino	bajo
E6	14 años	Masculino	bajo

3.2 Técnicas e Instrumentos

Las técnicas empleadas para la investigación fueron: la observación participante y el cuestionario abierto.

La observación participante permite al investigador mezclarse con la comunidad de manera que ellos actúen de forma natural y luego salirse y analizar los datos objetivamente para tener una mejor comprensión del contexto y del fenómeno de estudio (Sampieri, Fernández & Baptista, 2006). En el estudio realizado se utilizó este método para la recolección de datos mediante la observación y análisis de los cuestionarios abiertos y escritos elaborados por los estudiantes en la aplicación de los diferentes instrumentos.

Para el cuestionario abierto se diseñó una secuencia de enseñanza basada en las fases para el aprendizaje de los esposos Van Hiele y sus niveles de pensamiento (Jaime & Gutiérrez, 1990). Se tuvo en cuenta para el diseño de la secuencia, la relación entre la geometría y el arte (Badillo y Edo, 2007. Edo, 2008, 2009) empleando el diseño y la construcción de mándalas.

Las mándalas son diagramas simbólicos de origen hindú que generalmente son círculos concéntricos y polígonos regulares que forman hermosas calidoscópicas. Son imágenes para contemplar ya que espiritualmente son consideradas como centro de energía y purificación que ayuda a transformar el cuerpo y la mente. En la geometría las mándalas son medibles y exactas, son figuras enlazadas alrededor de un punto sobre el plano cartesiano, donde rige la simetría perfecta.

Las actividades de la secuencia de enseñanza se desarrollaron en 6 sesiones de trabajo. Dichas sesiones se dividieron en tres instrumentos de recolección de información. A continuación se presenta una explicación de cada una de las sesiones. (Para profundizar en los instrumentos se puede consultar los anexos 1, 2 y 3)

Primera sesión: información (2 horas)

Se le entregó a cada estudiante la imagen de una mándala para observarla y colorearla. Se le solicita a cada estudiante que observe la mándala e identifique elementos simétricos inmersos en ella (ejes de simetría, traslación rotación, reflexión). Al finalizar la actividad se comparte la experiencia con los compañeros y docente. Se sacan conclusiones en grupos de tres estudiantes.

Segunda sesión: orientación dirigida (4 horas)

1. A cada estudiante se le entregará 1/8 de cartulina, transportador, compás y regla.
2. Se hace la construcción de la mándala siguiendo las instrucciones de la docente.
3. Para terminar con la actividad, los estudiantes responden preguntas acerca de las creencias, actitudes y emociones en el desarrollo de la actividad.

Tercera sesión: explicitación (2 horas)

1. Se introduce el concepto de isometría, rotación, reflexión y características.
2. Se observa la mándala construida en la sesión anterior y se le solicita a los estudiantes que hagan un análisis geométrico de las transformaciones isométricas usadas en su construcción.
3. Los estudiantes responden una serie de preguntas acerca de las creencias, actitudes y emociones en el desarrollo de la actividad.

Cuarta y quinta sesión: orientación libre (4 horas)

La mándalas representan las simetrías cíclicas, ya que son imágenes con un centro y con una simetría organizada y su función puede ir desde lo decorativo hasta su uso para la meditación, oración, sanación y desarrollo mental o espiritual en algunas culturas.

1. Se les pide a los estudiantes que elaboren el diseño de su propia mándala y que la construyan en 1/8 de cartulina usando herramientas geométricas como lo es el compás, el transportador, la regla y que la colorea con lo que crea conveniente (colores, vinilos, colorines entre otros).

Sexta sesión: integración (2 horas).

Al terminar la construcción de la mándala se hará la exposición del proyecto a los miembros de la comunidad educativa de la institución, en la cual los estudiantes deben contar el proceso describiendo los pasos y transformaciones realizadas hasta lograr la construcción, además de expresar las emociones que experimentó al realizar la actividad.

3.3 Unidad de Análisis

Para el análisis de los componentes cognitivo y afectivo se tuvieron en cuenta las siguientes subcategorías extraídas de los niveles de razonamiento de Van Hiele y los descriptores afectivos de Gómez (2000).

Para el componente cognitivo se tuvo en cuenta el siguiente esquema que describe las diferentes subcategorías que se tuvieron en cuenta para el análisis de los instrumentos. Fig. 1

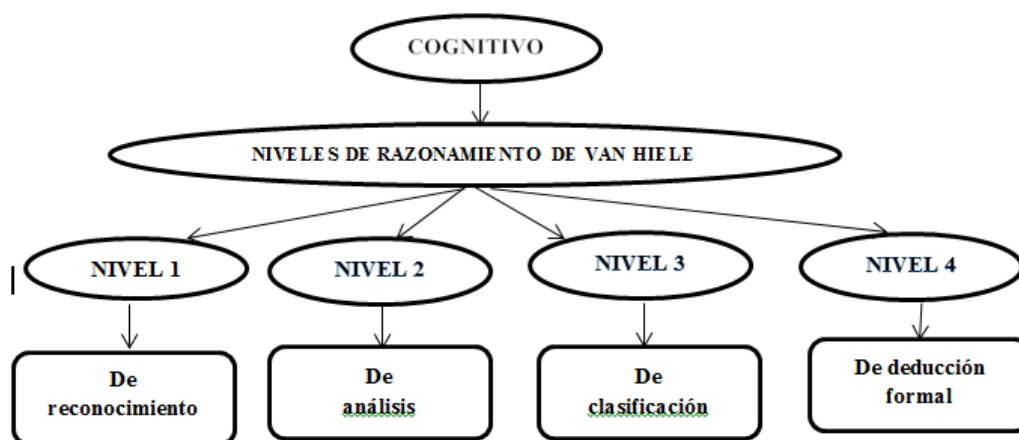


Figura 1, Análisis cognitivo niveles de razonamiento de Van Hiele

Para un análisis del componente afectivo se tiene en cuenta las siguientes categorías y subcategorías (Figura 2):

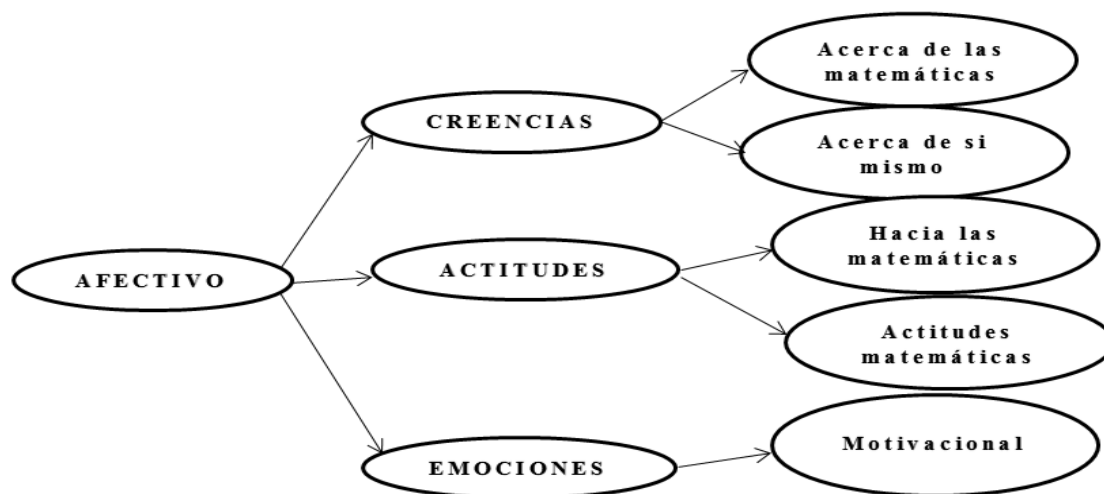


Figura 2, Elementos de análisis afectivo Gómez (2000)

Para analizar la información se construyó el siguiente cuadro de operacionalización de los instrumentos y de categorías de análisis (Tabla 2):

Tabla 2, Cuadro operacionalización de instrumentos

INSTRUMENTO	COGNITIVO				AFECTIVO				
	Reconocimiento	Análisis	Clasificación	Deducción	CREENCIAS		ACTITUDES		EMOCIONES
					Acerca de la matemática	Acerca de si mismo	Hacia las matemáticas	Matemáticas	
INSTRUMENTO 1		2			5	6	4	3	4
INSTRUMENTO 2		1			4	5	3	2	3
INSTRUMENTO 3	En el instrumento tres se pidió una narración donde se puede extraer tanto lo cognitivo como afectivo								

3.3.1 Técnicas para el análisis de la información.

Se realizó el análisis de contenido (Andréu, 2002) de los datos recolectados en los cuestionarios (secuencia de enseñanza). En las tablas 3, 4, 5, 6, 7 y 8 se propone un ejemplo del proceso seguido para el proceso de categorización de la información. Se realizó codificación axial, abierta y selectiva de los datos recolectados (Corbin & Strauss 2002).

Tabla 3, Análisis actitudes matemáticas

TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
1.3 Matemáticas	La estudiante llega al conclusión con su compañero que la mándala tiene 4 ejes de simetría y expresa que forman diferentes figuras. Además resalta que la pinto de varios colores.	Desde el conocimiento matemático la estudiante no logra identificar adecuadamente los ejes de simetría que se propone en la mándala. Señala que hay diferentes figuras geometría. Está en un nivel de reconocimiento de acuerdo a los niveles de Van Hiele.
2.2 Matemáticas	La estudiante expresa que la actitud que tuvo fue un poco compleja, pero después fueron entendiendo hasta cogerle el ritmo. La cartulina media 24 de ancho y 35 de largo.	No hay actitud matemática. No da respuesta a la pregunta que se les plantea, Verificar la descripción del proceso para la construcción de la mándala y observar que parte del proceso se le olvido describir. No es posible decir en el nivel de razonamiento se encuentra la estudiante
Matemáticas	En la construcción de la mándala se practicó lo aprendido en clase, utiliza el procedimiento de rotación, traslación, reflexión y simetría cíclica.	Hay actitud matemática. Expresa que practico lo aprendido en la construcción de la mándala. Identifica rotación y simetría cíclica. Se encuentra en el Nivel 1 de reconocimiento.

Tabla 4, *Análisis actitudes hacia las matemáticas*

TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
1.4 Hacia las Matemáticas	La estudiante expresa que se sintió bien desarrollando la actividad, ya que los ayuda a cambiar de pensamiento y actitud, también comparte con sus compañeros y aprenden mucho sobre la matemática ya que es muy importante para su vida.	Se encuentran creencias sobre las matemáticas por ejemplo cuando expresa “cambia de pensamiento sobre la forma como se enseña matemática”. Se observa satisfacción con la realización de la tarea.
2.3 Hacia las Matemáticas	Se sintió un poco incomoda, porque no entendía sobre los ángulos internos y externos, pero poco a poco fue cogiéndole el ritmo y fue muy bueno, porque les ayuda a desarrollar las habilidades y actitudes en las matemáticas.	Expresa satisfacción al realizar la tarea, a pesar que al comienzo se sintió incomoda por las dificultades que tenía. Está en un nivel 2 de análisis de los niveles de razonamiento de Van Hiele, ya que reconoce que las figuras que conforman la mándala tienen ángulos internos y externos esto de una manera informal.
Hacia las Matemáticas	Le pareció muy buena la actividad porque utilizaron los conocimientos de las clases anteriores y pudo practicar para aclarar el tema.	Expresa satisfacción e interés al realizar la tarea ya que aplico lo aprendido.

Tabla 5, *Análisis creencias acerca de las matemáticas*

TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
1.5 Acerca de las matemáticas	Las dificultades que se presentaron fue identificar los ejes de simetría, y darle respuesta a algunas preguntas.	Se enfocó en el objeto matemático. No detalla la dificultad
2.4 Acerca de las matemáticas	Las dificultades que se le presentó fue hallar la medida de los ángulos, al trazar el rombo y la medida de los ángulos externos.	Se enfocó en el objeto matemático. Hallar medida de ángulos y trazar figuras
Acerca de las matemáticas	Utilizo los conocimientos adquiridos en las clases anteriores y lo pudo practicar para tener el tema más claro.	El estudiante tiene la creencia que si práctica lo aprendido tendrá más claro los conceptos. Expresa interés (actitud matemática)

Tabla 6, *Análisis creencias acerca de si mismo*

TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
1.6 Acerca de si mismo	Le pareció un poco difícil porque no está acostumbrada a realizar este tipo de actividades, pero expresa que es muy importante que se siga trabajando con la simetría para aprender mucho.	Es difícil la actividad. Pero expresa que esta manera de aprender es importante. Actitud hacia el interés.
2.5 Acerca de si mismo	Si, cuando comenzó, al dividir los ángulos con el transportador y no sabía cómo manejarlo pero después tuvo una explicación clara	Le parece difícil realizar la actividad, enfoca su dificultad al manejo de las herramientas matemáticas (transportador)
Acerca de si mismo	No le pareció difícil, gracias a las	Su relación con la matemática está dada por la

explicaciones y conocimientos del profesor.	forma que el profesor explique los conceptos.
---	---

Tabla 7, *Análisis emociones*

TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
1.4	La estudiante expresa que se sintió bien desarrollando la actividad, ya que los ayuda a cambiar de pensamiento y actitud, también comparte con sus compañeros y aprenden mucho sobre la matemática ya que es muy importante para su vida.	Se encuentran creencias sobre las matemáticas por ejemplo cuando expresa "cambia de pensamiento sobre la forma como se enseña matemática". Se observa satisfacción, entusiasmo y empatía con la realización de la tarea.
2.3	Se sintió un poco incomoda, porque no entendía sobre los ángulos internos y externos, pero poco a poco fue cogiéndole el ritmo y fue muy bueno, porque les ayuda a desarrollar las habilidades y actitudes en las matemáticas.	Expresa perseverancia, entusiasmo y agilidad mental.
3	Se sintió bien, porque practico lo aprendido en clase.	Expresa motivación y entusiasmo en la realización de la actividad.

Tabla 8, *Análisis componente cognitivo*

TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
1.2	La mandala tiene 8 ejes de simetría. Le parece que la figura da una rotación alrededor del sol. Con los ejes simétricos se refleja una estrella en la cual cada parte forma triángulos que rotan alrededor de la figura.	Según los Niveles de razonamiento de Van Hiele, la estudiante se encuentra en un nivel 1 de reconocimiento. Reconoce aunque de manera incorrecta 8 ejes de simetría en la mandala que coloreo, rotación de figuras. Describe solo el aspecto físico de las figuras y buscan semejanzas con objetos que no son propiamente matemáticos.
2.1 Nivel 2 (de análisis)	Enumera los materiales utilizados para construir la mandala: Compás, transportador, lápiz, borrador, cartulina y regla. - Hallo la mitad de la cartulina. - Dividió 360° entre 8 y le dio como resultado 45° - Con el transportador hallo los 45°. - Con el compás se paró en la mitad e hizo la circunferencia principal. - Nos paramos en la mediatriz y hallamos la mitad del ángulo. - Hallaron la bisectriz para poder encontrar la forma del rango o cuadrado. - Así se siguió el procedimiento en todos los ángulos hasta que se	El estudiante no alcanza adecuadamente el nivel 2 De análisis, ya que la descripción de cada uno de los pasos que se siguió para construir la mandala no son claros y usa un vocabulario que no es propio de la matemática. Confunde conceptos, y para referir al giro lo expresa como "giración".

	<p>terminó la mándala.</p> <p>La mándala es una “giración” y una simetría cíclica.</p>	
3	<p>Para construir la mándala se utiliza el compás, regla, lápiz, borrador y un octavo de cartulina.</p> <p>Primero se cogió la cartulina y se le tomo las medidas del largo y ancho. Donde se encontraba las “rayas” se marcó un punto.</p> <p>Se pone el compás en ese punto y se construye la circunferencia principal. Se dividió $360^\circ/8=45^\circ$.</p> <p>Se trazó una bisectriz al ángulo de 45°.</p> <p>Con el compás se realizó una mediatriz que es la mitad de la línea recta.</p> <p>Después se unieron “esas rayas” y se formó un rombo o cuadrado.</p> <p>Después ese mismo procedimiento se trasladaba hacia los demás ejes de simetría, porque es una simetría cíclica.</p>	<p>El estudiante se encuentra en un Nivel 1 de reconocimiento (niveles de razonamiento de Van Hiele) aunque reconoce algunas propiedades de los ángulos (bisectriz) y segmentos de rectas (mediatriz) aún no hace un uso adecuado del lenguaje matemático.</p> <p>Describe solo el aspecto físico de las figuras y no hace clasificación.</p> <p>Hace una descripción del procedimiento general.</p> <p>Aplica el concepto de transformaciones isométricas.</p> <p>Mejora su descripción en comparación a la anterior.</p>

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

El objetivo de la investigación fue caracterizar la relación de los componentes cognitivo-afectivo en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Encimadas a partir de la aplicación de una secuencia de enseñanza que relaciona arte y geometría, por lo tanto se analizaron el componente cognitivo y el componente afectivo del aprendizaje.

4.1 Cognitivo

Para analizar el aspecto cognitivo se hizo necesario hacer una relación (figura 3) entre las actitudes matemáticas que tienen un aspecto marcadamente cognitivo, las creencias acerca de las matemáticas que se enfocan en el objeto matemático (Gómez, 2000) y en los niveles de razonamiento de Van Hiele (Jaime & Gutiérrez, 1990) y (Vargas & Araya, 2013). A partir del análisis se identificaron tres tendencias que emergieron de los instrumentos:

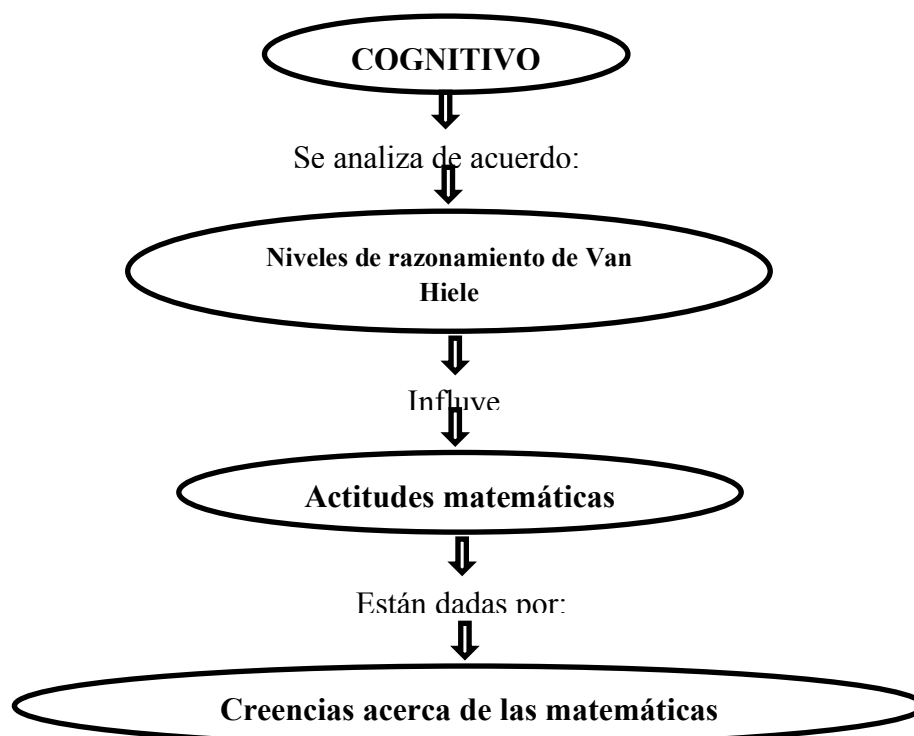


Figura 3, Relación niveles de razonamiento, actitudes matemáticas y creencias acerca de las matemáticas.

1.1 Tendencia 1: Los estudiantes se encuentran en un nivel 1 de reconocimiento según los niveles de razonamiento de Van Hiele.

Al realizar un análisis, según los criterios que plantean Jaime & Gutiérrez (1990) del modelo de Van Hiele, los estudiantes hacen descripciones de las mándalas sin incluir en sus explicaciones conceptos relacionados con las transformaciones isométricas concretas. Para hacer referencia a las transformaciones los estudiantes las relacionan con fenómenos de la naturaleza, tales como: giro que hace el sol, imaginan que la mándala puede girar con el viento, la perciben como un objeto redondo y describen las figuras de una manera global, sin reconocer las propiedades matemáticas de la figura. En la tabla 9 se presenta algunas de las respuestas que sustenta lo dicho.

Tabla 9: Transcripción y codificación E1 y E5

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E1	1.5	Da una rotación hacia alrededor del sol. Con los ejes simétricos se refleja una estrella en la cual cada parte forma varios triángulos, que rotan alrededor de la figura.
E5	1.5	La mándala tiene cuatro ejes de simetría, a mí me parece que la mándala puede girar con el viento

Según lo presentado en la tabla 9 los estudiantes intentan usar conceptos matemáticos, pero no de forma acertada. No reconocen de manera explícita las partes que componen la figura ni las propiedades matemáticas. Como lo expresa Vargas y Araya (2013) los estudiantes en el nivel 1 de reconocimiento reconocen las figuras geométricas como un todo, no diferencian partes, componentes, ni propiedades. Las descripciones que hacen son principalmente visuales y no hay un lenguaje geométrico básico para referirse a las figuras.

En la tabla 10 y 11 se presenta la transcripción de la explicación paso a paso para la construcción de la mándala realizada por E1 y E2 en los instrumentos 2 y 3:

Tabla 10, Transcripción E1

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E1	2.1	<p>Procedimiento:</p> <p>Primero juntamos punta con punta para poder hallar la mitad de la cartulina, luego dividimos $360^{\circ}/8$ que dio igual a 45° con el transportador fue que hallamos los 45° lo cual con el compás nos paramos en la mitad e hicimos la circunferencia principal, nos paramos en la mediatriz y hallamos la mitad del ángulo nos pusimos a hallar la bisectriz para poder encontrar la forma del rango o cuadrado y así seguimos el procedimiento en todos los ángulos hasta que terminamos la mándala.</p>
E1	3	<p>Para construir la mándala se utilizó regla, compás, lápiz, borrador y un octavo de cartulina.</p> <p>Primero cogimos la cartulina y le tomamos medidas a lo largo y el ancho, después donde se encontraban las rayas realizamos un punto, ahí poníamos el compás para hallar la circunferencia principal, después realizamos un arco de circunferencia, después dividimos $360^{\circ}/8=45^{\circ}$ y realizamos una bisectriz de 45° que era la mitad del ángulo, después con el compás realizamos una mediatriz que era la mitad de la línea recta, después unimos esas rayas y formamos un rombo o cuadrado después ese mismo procedimiento se trasladaba hacia los otros ejes de simetría, porque es una simetría cíclica.</p>

Tabla 11, Tanscripción E2

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E2	2.1	<p>Al comenzar nos dieron unos materiales para construir la mándala regla, compás, transportador, un lápiz con punta delgada y un 8° de cartulina, luego hallamos la mitad de la cartulina juntando punta con puntas, luego dividimos 360 entre 4 y dio como resultado 45 con el transportador hallamos los 45° lo cual con el compás nos paramos en la mitad y hicimos la circunferencia principal, nos paramos en la mediatriz y hallamos el rombo y así fue como seguimos en los otros ángulos</p>

		<p>hasta que terminamos. La mándala es de reflexión, rotación y giración.</p>
E2	3	<p>Procedimiento Cogimos la cartulina y con regla hallamos la mitad, después con el compás hicimos la circunferencia principal, luego hice un octágono y con la regla medí y pude comenzar a hacer las figura la cual fue una estrella sus lados se repetían 8 veces y cada uno con 45° lo cual hice la división de $360^\circ/8=45^\circ$. Tipo de mándala: Esta mándala es cíclica porque todos sus lados son iguales y es de giros porque al momento de hacerlo va girando.</p>

Se observa que hacen descripciones detalladas de los procedimientos que llevaron a cabo para la construcción de las mándalas aunque confunden conceptos y sus propiedades (mediatriz y bisectriz) y su lenguaje matemático no es adecuado.

Describen los aspectos físicos de las figuras y no hacen clasificación. Según las respuestas dadas se concluye que se encuentran en un nivel 1 de reconocimiento, los estudiantes identifican que la mándala está construida por diferentes figuras geométricas, dada la aplicación de las transformaciones isométricas y exponen sus respuestas con un lenguaje informal. De acuerdo a Vargas y Araya (2013) para dominar el nivel que se encuentra y pasar al nivel superior los estudiantes deben cumplir con unos logros y aprendizajes de las fases que tiene cada nivel. *“En nuestras clases de geometría podemos observar como los alumnos tienen dificultades para definir formas geométricas con otras a partir de sus propiedades, o se muestran perplejos al enfrentarse a demostraciones de algo que le resulta evidente. Estos y otros comportamientos vienen a reflejar lo que los Van Hiele llaman nivel de madurez geométrica del alumno”* (Corberan, 1989, p. 13)

4.1.2 Tendencia 2: Los estudiantes dejan de lado el aspecto cognitivo y se enfocan en hacer descripciones netamente estéticas

Cuando los estudiantes describen el proceso realizado para construir las mándalas ponen en primer plano la parte artística. La forma como la pintó, los colores que le colocó y dejan de lado la aplicación del concepto de las transformaciones isométricas. Además no usan lenguaje matemático. Dentro de este grupo de estudiantes se encuentran E5 y E6 ellos fueron algunos de los que se enfocaron únicamente en este aspecto.

Tabla 12, Transcripción y codificación de E5 y E6

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E5	3	Comencé creando mi mándala en un octavo de cartulina, compás, regla y transportador. Hallamos la mitad de la cartulina luego hice las circunferencias del centro e hice las líneas y luego las forme en forma de estrellas en el espacio al borde de la estrella le hice círculos y luego borre las líneas de 45° lo repase con lapicero y lo pinte por fuera y por dentro. Yo me sentí muy bien realizando la actividad ya que en ella pudimos desarrollar nuestra creatividad y nuestros gustos todos teníamos que hacer una mándala diferente creándola y pintándola, las mándalas deben tener ejes de simetría y se debe hallar muy bien ya que se refleja en la forma de hacerlo y siempre se dirige por un punto en el centro, en mi mándala se reflejan los giros, se trata de girar los círculos de un eje a otro.
E6	3	La profe nos dio un octavo de cartulina y nos dijo que hiciéramos una mándala, nos sentimos muy contentos porque nos gusta dibujar y pintar, luego nos dio un transportador y un compás para hacer las mándalas primero cogimos la hoja y la dividimos a la mitad le hicimos una línea luego medimos con el compás y el transportador e hice una rueda derecha luego hicimos el punto bien en la mitad del círculo medimos hice 4 círculos chiquitos, 2 cuadros derechos y 2 al otro lado, le hice una varias líneas para que no

queden tan grandes para pintarlas, luego las pinte el otro cuadro del color rojo así iba pintado de color verde, naranja, azul, café la acabe de pintar y se le presente a la profe.

En las transcripciones anteriores se puede evidenciar que los estudiantes no expresan actitud matemática (Gómez , 2000) en el desarrollo de las actividades. De los episodios se concluye que los estudiantes no son claros al momento de explicar conceptos: *“cogimos la hoja y la dividimos a la mitad le hicimos una línea luego medimos con el compás y el transportador e hice una rueda derecha luego hicimos el punto bien en la mitad del círculo medimos hice 4 círculos chiquitos, 2 cuadros derechos y 2 al otro lado, le hice una varias líneas para que no queden tan grandes para pintarlas” (E6)* Además ellos incluyen atributos irrelevantes en las descripciones que hacen. Estas son incompletas y poco claras del proceso. No reconocen propiedades de las figuras y sus elementos, no usan el concepto de transformaciones isométricas.

Gómez (2009) expresa que las actitudes matemáticas son de carácter cognitivo y es la forma como los estudiantes usan sus capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, apertura mental, el espíritu crítico y la objetividad. Estos aspectos no se evidenciaron en las respuestas dadas por estos dos estudiantes.

La actitud matemática es más que una afición. Los estudiantes, como lo expresaron en los diferentes instrumentos, pueden gustarle la actividad que están desarrollando, pero no demostrar ningún tipo de actitud. Las actitudes están intrínsecamente ligadas a las creencias que se tiene acerca de las matemáticas. Aunque los estudiantes tengan disposición para aprender

matemáticas, es posible encontrar, que no tiene los aspectos esenciales para lo que se llama actitud matemática.

En la tabla 13 se presenta algunas respuestas de estudiantes que expresaron actitud positiva en el desarrollo de las actividades y sin embargo no hay actitud matemática:

Tabla 13, Transcripción instrumento 1.4 de E3, E5 y E6

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E3	1.4	Yo me sentí muy motivado al realizar esta actividad, que me parece muy importante para uno aprender más sobre la geometría. Mi actitud era recochera con el otro compañero de mesa, mi actitud hacia la matemática es muy buena.
E5	1.4	Me sentí muy bien porque en muchas de las mándalas se aprende a desarrollar la mándala mejor ya que podemos desarrollar nuestra mente e inteligencia en el uno aprende diversas cosas como de sus ejes y conoce mejor lo que significa cada eje.
E6	1.4	Me sentí muy bien muy buena la actividad divertida que llegaba al corazón me sentí muy contento pintando la mándala es muy bonita cuando uno le busca los colores, con colores bonitos que lleguen al alma y al corazón.

Aunque la actitud matemática tiene un carácter marcadamente cognitivo (Gómez, 2009). No se puede dejar de lado el aspecto afectivo ya que el comportamiento para llegar a ser considerado como actitud se debe distinguir entre lo que el sujeto es capaz de hacer (capacidad) y lo que el sujeto prefiere hacer (actitud). Alsina, Perez & Ruiz (1988) expresa que el mundo de las figuras invade nuestro entorno y la simetría se puede comparar con la naturaleza y desde la prehistoria ha sido utilizada para las esculturas, la decoración y la construcción por lo tanto en la enseñanza de las transformaciones isométricas no se puede dejar de lado el aspecto artístico.

4.1.3 Tendencia 3: Los estudiantes asumen el manejo de los instrumentos como una dificultad para la construcción de la mándala.

Los estudiantes E2, E5 y E6 antes de empezar hacer la descripción de los procesos desarrollados enumeran los materiales utilizados para la construcción de la mándala. Aluden que se presentaron dificultades en el manejo de los instrumentos matemáticos como lo son el compás, el transportador y la regla ya que las medidas debían ser muy exactas y ellos no estaban acostumbrados a utilizarlas. Además expresan que les generó entusiasmo porque aprendieron a manejarlas.

Tabla 14, Transcripción E2, E5 y E6

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E5	3	Se debe hacer de una manera que las formas de la mándala no queden feas al trazar las líneas por el centro de la otras deben ir de la misma medida ya que todas sus partes deben ser iguales se media con el transportador la medida y se hallaba la mitad y con la regla se trazaba la líneas, el compás se debía coger muy bien para que las medidas quedaran iguales.
E2	2.4	Las dificultades son: <ul style="list-style-type: none"> • Hallar la medida de los ángulos • Al trazar el rombo • La medida de los ángulos externos.
E6	2.4	Que tenían que ser líneas muy exactas porque medio se trocaba le quedaba mal al trabajar con el compás, tiene que ser muy exacto porque medio se cierra un poquito el compás queda mal la circunferencia pero con paciencia hicimos la mándala.

La geometría y en especial el tema de las transformaciones isométricas ha sido dejado de lado en el currículo de la institución educativa Encimadas y lo confirma Barquero (S.F) cuando expresa que la geometría es uno de los ámbitos de la matemática que queda en segundo plano en

la educación olvidando que su trabajo es igualmente importante para el desarrollo lógico-matemático de los estudiantes.

El tema de las transformaciones isométricas es nuevo para los estudiantes. Durante el proceso de investigación se logra identificar en los escritos de los estudiantes dificultades que tienen en el manejo de las herramientas para construir las mándalas pero también señalan que aprendieron a usarlas en la construcción de estas e identificaron la importancia de su empleo. Espinosa, Pérez & Hugo (2012), García y López (2008) expresan que el uso de instrumentos clásicos como la regla, el compás y el transportador son muy convenientes porque este tipo de actividades desarrollan las habilidades relacionadas con el dibujo y la imaginación espacial.

Las actividades que permiten a los estudiantes construir figuras geométricas son de gran importancia para promover el análisis y la búsqueda de relaciones y propiedades de las figuras, además es fundamental promover el uso de los instrumentos geométricos (regla, compás y transportador) ya que son indispensables en la enseñanza de la geometría cuando se pretende promover el proceso de visualización en los estudiantes (García y López, 2008).

De los datos analizados se evidencia que al relacionar la geometría y el arte los estudiantes expresan mayor interés en el desarrollo de las tareas pero se siguen presentando dificultades a nivel geométrico. Los estudiantes expresan que tienen dificultades en cuanto a los conceptos y se puede observar en los diferentes episodios expuestos anteriormente.

4.2 Componente Afectivo

Para el análisis del componente afectivo se empleó la categorización que hace Gómez (2000). En el estudio se logró identificar tendencias: Los estudiantes expresan satisfacción e interés en el desarrollo de la tarea ya sea porque les parece importante para la vida o porque le gusta lo artístico y los estudiantes expresan motivación y entusiasmo en el desarrollo de las diferentes actividades.

4.2.1 Tendencia 1: Los estudiantes expresan satisfacción e interés en el desarrollo de la tarea ya sea porque les parece importante para la vida o porque le gusta lo artístico.

En las unidades de análisis estudiadas en las diferentes actividades los estudiantes expresan satisfacción e interés a pesar de las dificultades que tuvieron.

En la tabla 15 se presenta las respuestas dadas por E1 en los tres instrumentos de acuerdo a la manera como se sintieron desarrollando las diferentes actividades:

Tabla 15, Transcripción E1

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E1	1.4	Yo me sentí muy contenta porque esto nos ayuda a cambiar de pensamientos, de actitudes también es muy bueno porque nos ayuda a dar nuestros puntos de vista y aprender mucho sobre la matemática porque es lo más importante de nuestra vida.
	2.3	Me sentí un poco incomoda porque no entendía sobre los ángulos internos y externos pero poco a poco fui cogiéndole el ritmo y fue muy bueno porque nos ayuda a desarrollar más nuestras habilidades y actitudes en la matemática.
	3	En la mándala practique lo aprendido en clase utilice el procedimiento de rotación, traslación y simetría cíclica. Me pareció muy buena la actividad porque utilizamos los conocimientos que nos dio la profe.

De las respuestas dadas se puede deducir que la estudiante expresa satisfacción al realizar las tareas a pesar de las dificultades cognitivas identificadas. Esta estudiante es ejemplo de los que expresaron satisfacción por lo aprendido e interés por aplicarlo. E4 también expresa satisfacción en sus escritos ya que dice: *“Me sentí muy contenta, con alegría porque así aprendemos cosas distintas, nos ayuda a cambiar de pensamiento y saber más sobre matemática, porque esa materia es algo fundamental”* igual que E2 *“me sentí muy bien porque pude aprender sobre simetría a reconocer sus ejes entre otros, también pude aprender cómo se componen y por quien están conformados. Esto fue una experiencia muy linda para en adelante seguir aprendiendo más y entender su importancia”*.

Según Gómez (2000) cuando se habla de la satisfacción y el interés se hace referencia a las actitudes hacia las matemáticas que hace parte del aspecto afectivo. Gil, Blanco & Guerrero (2005) concluyen que las actitudes se refieren a la valoración y al aprecio por las matemáticas y subrayan que tiene más que ver con el componente afectivo que cognitivo, ya que se manifiesta en términos de interés, satisfacción, curiosidad, valoración entre otros.

Cuando se les preguntó acerca de lo que sintieron al realizar la actividad en general los estudiantes expresaron que se sintieron contentos, alegres, reconocen la importancia de la geometría en la vida cotidiana y expresan que la matemática enseñada de esta manera se hace más interesante para ellos y los motiva a aprender, *“yo me sentí muy motivado al realizar la actividad que me parece muy importante para uno aprender más sobre geometría”* (E3) . Los estudiantes no sólo se preocuparon por el aspecto geométrico de las mándalas también le dieron importancia a la estéticas de las mismas.

En las respuestas dadas por E3, E5 y E6 es posible ver que su interés está dado más por el aspecto artístico que por el cognitivo. En la tabla 16 se observa las respuestas dadas por E6 ya que es un ejemplo del grupo de estudiantes que le dan mayor importancia a lo estético y deja de lado el componente cognitivo.

Tabla 16, Transcripción E6

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E6	1.4	Me sentí muy bien muy buena la actividad divertida que llegaba al corazón me sentí muy contento pintando la mándala es muy bonita cuando uno le busca los colores, con colores bonitos que lleguen al alma y al corazón.
	2.3	Me sentí muy contento con mucha concentración al hacer las líneas y paciencia con el compás.
	3	Me sentí muy contento porque me gusta dibujar y pintar.

Tapia (2005) expone que el interés y esfuerzo que los estudiantes ponen en la realización de las actividades de aprendizaje dependen del grado en que son capaces de atender en forma organizada diferentes factores como lo son la naturaleza de la tarea, la meta a conseguir, las estrategias adecuadas para manejar las emociones negativas que aparecen cuando surgen las dificultades, los procedimientos, las estrategias generales y específicas que pueden permitirles resolver las situaciones. De acuerdo con lo anterior, en los datos analizados se pudo identificar que para que los estudiantes se esfuercen se hace necesario despertar su interés y sientan que es una necesidad aprender el tema, una vez creada la necesidad esta se haga más fuerte para despertar su interés, en conclusión se hace necesario tener en cuenta estrategias que despierten en los estudiantes la intención de aprender. *“Me pareció muy bueno porque aprendo más como*

manejar un compás, regla y transportador y también podemos comprender más sobre la importancia que es hacer cosas nuevas, también aprendemos más sobre la matemática se divide en varias partes y así podemos mejorar más” (E2)

En conclusión, las actitudes que manifestaron los estudiantes no fue de rechazo hacia las actividades realizadas y hacia la disciplina, puesto que manifiestan sentir satisfacción ante el éxito de la actividad ya sea por los conocimientos aprendidos o porque les gusta la forma en que fue enseñado. En los datos analizados no se evidenciaron que tuvieran la sensación de fracaso a pesar de las dificultades que se les presentaron. La actividad permitió que los estudiantes fueran perseverantes y se esforzaran por mejorar.

4.2.2 Tendencia 2: Los estudiantes expresan motivación y entusiasmo en el desarrollo de las diferentes actividades.

De los datos analizados se pudo inferir que los estudiantes, durante cada una de las sesiones, expresan en los instrumentos recolectados: motivación, entusiasmo y buena actitud al momento de realizar las diferentes actividades como pintar la mandala (en la primera sesión), construir la mandala siguiendo las instrucciones de la profesora (segunda sesión) y al construir la mandala (Cuarta y quinta sesión). Aunque se sintieron un poco confundidos cuando se les solicitó identificar los ejes de simetría, aplicar los conceptos de reflexión, traslación, giro y simetría cíclica no perdieron su motivación. Algunas respuestas dadas por los estudiantes se pueden apreciar en la tabla 17.

Tabla 17, Transcripción E3

ESTUDIANTE	INSTRUMENTO	CODIFICACIÓN
E3	1.4	Yo me sentí motivado al realizar esta actividad, que me parece muy importante para uno aprender más sobre la geometría.
	2.3	Yo me sentí muy contento porque es una actividad muy emocionante aunque no soy muy bueno en la matemática.
	3	Yo me sentí bien al realizar esta actividad tan divertida y que nosotros podemos aprender más sobre las mándalas y todas sus partes

Gómez (2000, 2002) explica que las reacciones emocionales influyen sobre la motivación conductual, puesto que de ellas depende el valor que le dan a la tarea. Tras el resultado de un acontecimiento, hay una reacción general positiva o negativa, basada en el éxito y en el fracaso percibido sobre el resultado. Estas emociones se consideran dependientes de las reacciones frecuentes en los estudiantes que son la de felicidad, por el éxito y la frustración por el fracaso. El autoconcepto está relacionado con sus actitudes, con la perspectiva del mundo y con la identidad social, por los conocimientos subjetivos (creencias, cogniciones), las emociones y las intenciones. Los elementos más importantes en las creencias acerca de uno mismo son: el interés en matemáticas, las razones asociadas a la motivación, la eficiencia al éxito y al fracaso y al autoconcepto.

Al relacionar la geometría con el arte se hace evidente que los estudiantes demuestran interés y motivación por desarrollar la tarea. Demuestran su creatividad y son receptivos para superar los obstáculos. Ibarra, Flores, Peralta & Rodríguez (2013) consideran que es de vital importancia considerar las emociones de los estudiantes en clase ya que está estrechamente relacionada con

el componente cognitivo, es decir, con el aprendizaje de los estudiantes y determinan el éxito y fracaso. E4 Explica que *“Me pareció difícil porque no vemos tanto este tema de rotación, reflexión y el giro, pero debo ponerle empeño para lograr aprender más sobre el tema estudiado”*

En conclusión, las situaciones que involucra la interdisciplinariedad en este caso geometría y arte es una propuesta interesante desde una mirada sociocultural para ayudar a los estudiantes a vivir experiencias dinámicas, creativas y socialmente relevantes que les permita interiorizar los contenidos geométricos al mismo tiempo que desarrollan sentimientos y emociones (Edo , 2008).

Las actitudes hacia las matemáticas, las creencias acerca de uno mismo y la emociones representan una relación cíclica (Gómez, 2000), ya que una depende de la otra y no pueden ser tomadas de forma aislada en el componente afectivo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La motivación y el entusiasmo están dados por las emociones y las creencias que tiene el estudiante acerca de sí mismo.

En la figura 4 se representa la relación cíclica que existe entre las actitudes hacia las matemáticas, las creencias acerca de uno mismo y la motivación.

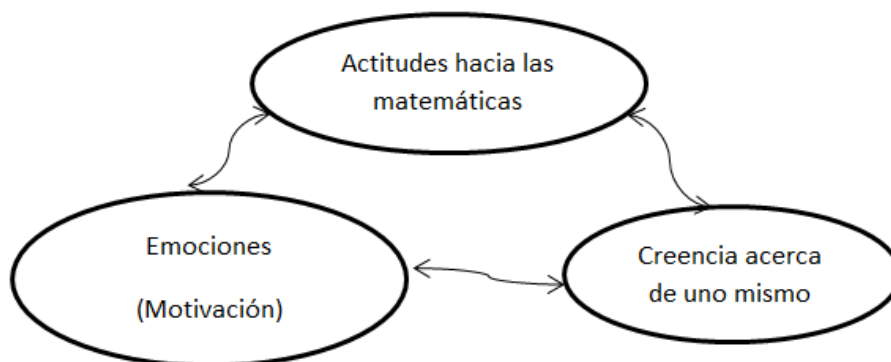


Figura 4, *Relación descriptores afectivos (actitudes hacia las matemáticas, creencias acerca de uno mismo y emociones)*

4.3 Relación entre lo cognitivo y lo afectivo en el aprendizaje de la geometría a través del arte

Los estudiantes conciben las matemáticas como el área más difícil del currículo en las instituciones educativas y culturalmente se han creado una serie de creencias que afectan de manera negativa el aprendizaje de los estudiantes. Esta situación perturba en gran medida la motivación que sienten por aprender. Cuando se relaciona la geometría con el arte los estudiantes expresan mejores actitudes hacia las matemáticas.

Después del análisis de la información se concluye que los componentes cognitivo y afectivo no se pueden desligar en el momento del aprendizaje. Por el contrario se logra establecer una relación cíclica entre los afectos, las emociones, las actitudes, las creencias y el componente cognitivo. Gómez (2012) afirma que la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas reacciones que influye en la formación de las creencias y éstas tienen consecuencia en el proceso de aprendizaje. Esta relación se evidencia en la figura 5.

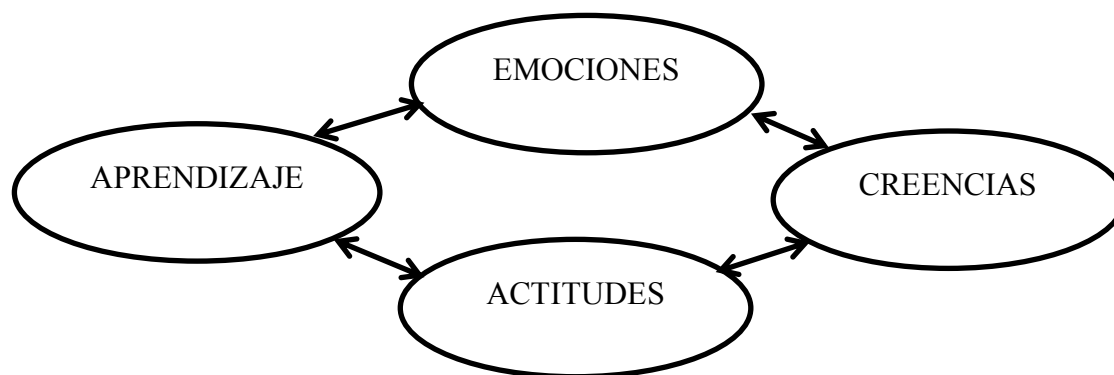


Figura 5, Relación cíclica componente afectivo y cognitivo del aprendizaje de las matemáticas

Se pudo inferir del proceso de investigación que los estudiantes mejoraron sus descripciones relacionadas con las transformaciones isométricas al aplicar la secuencia de enseñanza basada en geometría y arte. Aunque no lograron avanzar al Nivel 2 de análisis de los niveles de razonamiento de Van Hiele (Jaime & Gutiérrez, 1990) mejoraron dentro del mismo nivel. Los estudiantes expresan que la geometría enseñada de esta manera los motiva aprender cosas nuevas y sienten satisfacción por los logros obtenidos al tener la capacidad de aplicar lo aprendido a medida que avanza el proceso. Sin embargo se encontró con un obstáculo relacionado con la implementación del arte al enseñar geometría. Algunos estudiantes enfocaron sus respuestas y argumentos en la parte artística y dejaron de lado el concepto de transformaciones isométricas.

Badillo y Edo (2007) argumentan que se puede introducir una manera innovadora de ver la geometría en el aula de clase aprovechando la riqueza y la complejidad que proporciona el arte. Las autoras desarrollan una metodología donde involucran procesos de reflexión sobre la funcionalidad de los conceptos geométricos para interpretar y crear producciones artísticas resaltando emociones, sentimientos y valores en el estudio y la creación de composiciones artísticas, sin dejar de lado el aspecto cognitivo.

Lo anterior describe la estrecha relación que existe entre el aspecto cognitivo y afectivo de la enseñanza, el aprendizaje de la geometría y el papel que puede jugar el arte al momento de enseñarla ya que los estudiantes demuestran una mejor actitud para desarrollar este tipo de actividades, los motiva y se interesan por aprender, evidencia de ello es cuando encuentran respuestas como *“Me sentí muy bien al realizar la actividad no tuve ningún problema solo con los ejes pero de resto no se me dificultó, me gusto porque al pintar pude expresar todos esos sentimientos que tengo sobre matemáticas lo cual briego a poner empeño para aprender más”*.

Las creencias, las actitudes y las emociones positivas están vinculadas en el momento de aprendizaje de la geometría en los estudiantes, en este proyecto el arte fue un asociado porque realmente motiva a que los estudiantes tengan experiencias positivas y agradables relacionadas a la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Desde lo metodológico:

Cuando se aplican secuencias de enseñanza que relacionen la geometría y el arte se debe prestar atención a que los estudiantes no se enfoquen en lo artístico de la actividad, sino que hagan un análisis geométrico y desarrollen un aprendizaje que les permita avanzar de nivel.

Desde la dimensión cognitivo afectiva:

Al relacionar la geometría y el arte se genera en los estudiantes motivación por aprender conceptos, superar dificultades de una manera que les genera interés en proceso de aprendizaje. El uso del arte en la enseñanza de la geometría permite que los estudiantes rompan con la creencia que culturalmente se tiene acerca de las matemáticas ya que es vista por los estudiantes como poco aplicable en la cotidianidad y esto genera desinterés por aprenderla.

Los componentes afectivo y cognitivo tienen una relación cíclica porque las actitudes dependen de la creencias y las reacciones emocionales influyen de manera significativa en el aprendizaje de los estudiantes

Al enseñar geometría por medio del arte se busca que los estudiantes tengan reacciones emocionales positivas y esto se vea reflejado en el aspecto cognitivo, es decir que suba de nivel según los niveles de razonamiento de Van Hiele. Sin embargo los estudiantes no lograron pasar al nivel 2 de análisis pero en sus narraciones se evidencia que mejoraron dentro del mismo nivel 1 de reconocimiento.

Para las próximas investigaciones:

Algunos estudiantes se enfocaron en lo netamente artístico dejaron del lado el concepto de transformaciones isométricas, por lo tanto no mostraron ningún avance en aspecto cognitivo. Se recomienda realizar intervención de mayor tiempo donde quizás se pueda desarrollar el tema de manera profunda en el aprendizaje de la geometría a través del arte.

BIBLIOGRAFÍA

Alsina, A., & Domingo, M. (2007), Como aumentar la motivación para aprender matemáticas. *SUMA*, 56(1), 23-31. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/56/023031.pdf>.

Alsina, C., Perez, R., & Ruiz, C. (1988), *Simetría dinámica*. Madrid: Editorial síntesis.

Andreu, J. (2002). Las técnicas de análisis de contenido: una revisión actualizada. Sevilla: Fundación Centro de Estudios Andaluces. Recuperado de: <http://public.centrodeestudiosandaluces.es/pdfs/S200103.pdf>.

Badillo, E., Edo, M. (2006). Taller de arte y geometría en el ciclo superior de primaria II: Triángulos (1ª parte). En C. Tomás, M. Casas (Eds.), Educación Primaria. Orientaciones y Recursos. Desarrollo Curricular, Experiencias (pp. 1-39). Barcelona: Praxis.

Barquero, C. M. L. (S.F). La geometría a través del arte. Recuperado de <http://www.um.es/documents/299436/550133/LEANDRO+BARQUERO,+CARMEN+M.pdf> el 13 de abril de 2017.

Ceberio, I. (2014). Posibilidades de promover una enculturación matemáticas en la infancia a través del arte. *Edma 0-6: Educación matemática en la infancia*, 3(1), 87-116. Recuperado de <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6>.

Corberan, R. (1989). Didáctica de la geometría: el modelo de Van Hiele. Valencia: Editorial Universitat de Valencia Servei.

Corbin, J. & Strauss, A. (2002). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Bogotá - Colombia: CONTUS - Editorial Universidad de Antioquia. Recuperado de: <https://diversidadlocal.files.wordpress.com/2012/09/bases-investigacion-cualitativa.pdf>.

Chavarría, V. J. (2014). La matemática en la pintura costarricense: un primer acercamiento. *Acta latinoamericana de matemática Educativa ALME*, 27, 1049-1056.

Edo, M. (2008). Matemáticas y arte en educación infantil. *Uno revista de didáctica de las matemáticas*, (47), 37-53.

Edo, M. (2009). Estética y emociones en la formación matemática de maestros. En N. Planas, A. Alsina (Eds.), Educación matemática y buenas prácticas (pp. 244-253). Barcelona: Graó.

Espinosa, P. H. (2012). La enseñanza de la Geometría. *Educación matemática*, 24(2), 135-140. Recuperado en 01 de mayo de 2017, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262012000200007&lng=es&tlng=es.

Flores, I. D., Flores, M. B., Peralta, G. D. & Rodríguez, G. C. (2013) Las emociones y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas. VII CIBEM, Montevideo Uruguay. Recuperado el 7 de mayo de 2017 de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/489.pdf>.

García, G. M. & Farfán, M. R. (2014). Actitudes de estudiantes de secundaria hacia la matemática. *Acta latinoamericana de matemática Educativa ALME*, 27, 163-170.

García, P. S. & López, E. O. (2008). *La enseñanza de la geometría*. México: instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Recuperado el 1 de Mayo de 2017 de <http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf>.

Gil, N., Blanco, L., Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista iberoamericana de educación matemática*, (2), 15-32.

Godino, J. D. (2003). *Paradigmas, problemas y metodologías de investigación en Didáctica de las Matemáticas*. En J. D. Godino, *Investigaciones sobre fundamentos teóricos y metodológicos de la Educación Matemática* (págs. 59-74). Granda: Universidad de Granada

Goetz, J.P; LeCompte , M.D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en invesitgación educativa*. Madrid: Morata.

Gomez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje*. Madrid, España: Narcea.

Gomez-Chacón, I. M. (2002). Afecto y aprendizaje matemático: Causas y consecuencias de la interacción emocional. *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas* (pp.197-227). Universidad de Huelva: Huelva.

Gómez-Chacón, I. M. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación matemática*, 21(3), 05-32. Recuperado en 15 de abril de 2017, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S166558262009000300002&lng=es&tlng=es.

Gomez-Chacón, I. M. (2010). *Tendencias actuales en investigación en matemáticas y afecto*. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, &T.A. Sierra, (Eds), *Investigación en educación matemática XVI* (pp. 121-140). Lleida: SEIEM.

Jaime, A., & Gutierrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares y M. V. Sánchez (Eds), *teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: Alfar. Disponible en www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf.

Kline, M. (2012). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Madrid: Alianza Editorial.

Lemus, M. & Ursini, S. (2016). *Creencias y actitudes hacia las matemáticas. Un estudio con alumnos de bachillerato*. Investigación en Educación Matemática XX (pp. 315-323). Malaga, España: Universidad de Málaga. Recuperado el 1 de Mayo de 17 de <http://funes.uniandes.edu.co/8875/1/Lemus2016Creencias.pdf>.

Martinez, O. (2014). Sistema de creencias acerca de la matemática. *Actualidades investigativas en educación*, 14(3) , 1-28.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado el 30 de marzo de 2017 de <http://www.redalyc.org/pdf/447/44732048003.pdf>.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Rodríguez, M. C. & Gómez-Chacón, I. M. (2013). Factores afectivos e identidad en el aprendizaje de la matemática escolar. *Acta latinoamericana de matemática Educativa ALME*, 26, 89-97.

Ruiz , L. F. (S.F) Proyecciones matemáticas en el arte. Recuperado el 1 de mayo de 2017 de <http://www.ugr.es/~jmcontreras/thales/1/MesaRedondaPDF/FcoRuizMesaRedonda.pdf>.

Sampieri, H. R.; Fernandez, C. C. & Baptista L. P. (2006). *Metodología de la investigación cuarta edición*. México: McGrawHill.

Tapía, J. A (2005) *Motivar en la escuela, motivar en la familia*. Madrid: Ediciones Morata, S. L.

Vargas, V. G & Araya, G. R. (2013). El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría.

UNICIENCIA Vol. 27, No. 1, [74-94]. Recuperado de

<http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4944/4738>.

ANEXOS

Anexo 1:

INSTRUMENTO 1

1. Se le entrega a cada estudiante la imagen de una mandala para que la observe y la coloree.
2. Se le solicita a cada estudiante que observe la mandala e identifique elementos simétricos inmersos en ella (ejes de simetría, traslación rotación, reflexión)
3. Al finalizar la actividad, se comparte la experiencia con los compañeros y profesora. Se sacan conclusiones en grupos de tres estudiantes.

PRIMERA SESIÓN: (Información) . 2 Horas

Nombre: _____ Institución Educativa: _____

Edad: _____ Sexo: _____ Fecha: _____

1. Observa y colorea la mandala

La palabra “mandala” significa círculo en sánscrito, muchas religiones orientales como el budismo y el hinduismo la usa como herramienta de contemplación que apoya la concentración, el aislamiento y la orientación. La forma básica de la mandala es la circunferencia y los elementos que la componen son orgánicos y figuras geométricas. El proceso de la construcción de una mandala proporciona una experiencia rica y requiere la aplicación del concepto de simetría.

2. Observa la mándala e identifica los elementos simétricos (ejes de simetría. Traslación, rotación, reflexión) *(Niveles de razonamiento de Van Hiele- reconocimiento)*

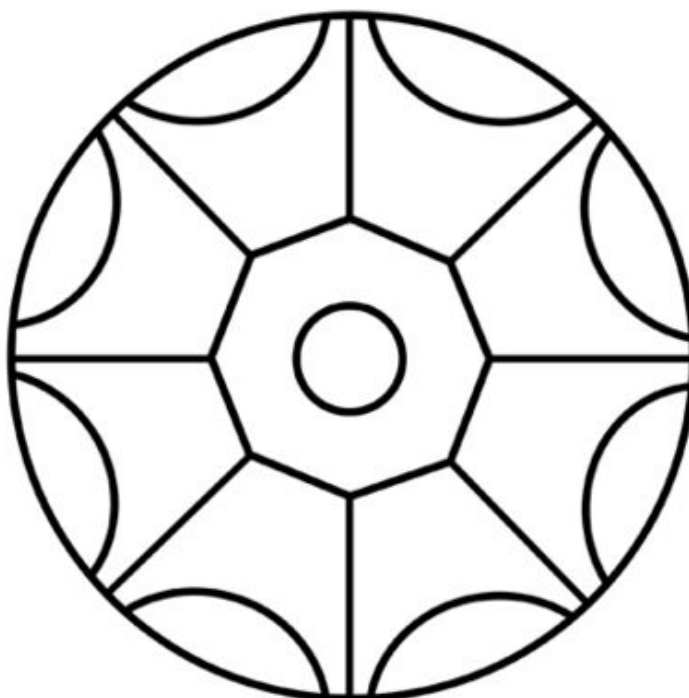
3. Comparte con dos compañeros sus respuestas y saca conclusiones de la actividad.

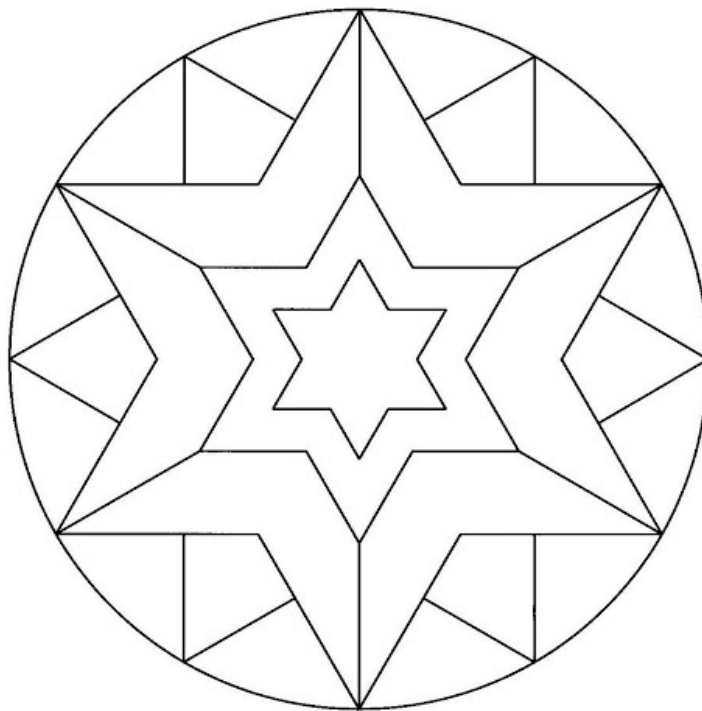
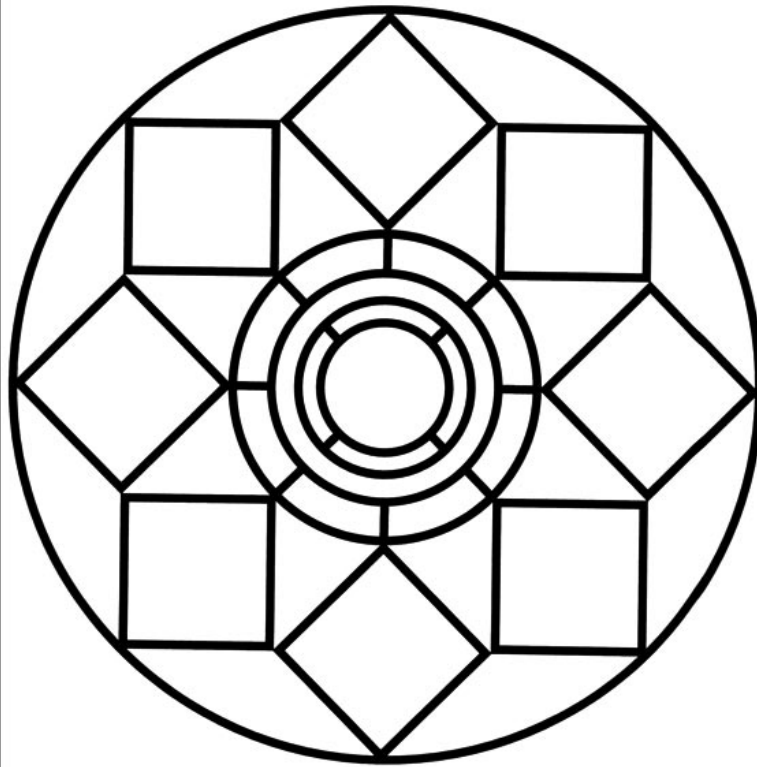
(Actitudes matemáticas)

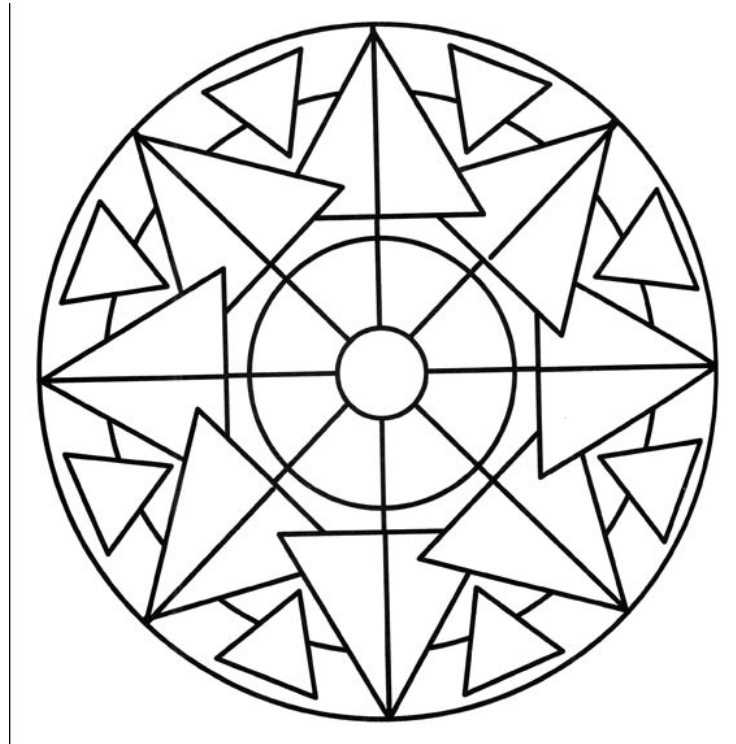
4. ¿Cómo te sentiste al realizar la actividad? Explica *(actitudes - hacia las matemáticas y emociones-motivacional)*

5. ¿Cuáles dificultades se te presentaron? Explica *(creencia- acerca de las matemáticas)*

6. ¿Te pareció difícil realizar la actividad? Explica (*creencia- acerca de sí mismo*)







Anexo 2

INSTRUMENTO 2

SEGUNDA SESIÓN: (Orientación dirigida) 2 horas

1. A cada estudiante se le entregará $\frac{1}{4}$ de cartulina, transportador, compás y regla.
2. Se hace la construcción de la mandala siguiendo las instrucciones de la docente.

TERCERA SESIÓN: (EXPLICITACIÓN) 2 HORAS

1. Se introduce el concepto de isometría, rotación, reflexión y las características.
2. Se observa la mandala construida en la sesión anterior y se le solicita a los estudiantes que hagan un análisis geométrico de las transformaciones isométricas usadas en su construcción.

Nombre: _____ Institución Educativa: _____

Edad: _____ Sexo: _____ Fecha: _____

1. Lee con atención: *(niveles de razonamiento de Van Hiele-de análisis)*

ISOMETRIA: Es una transformación que conserva la forma y medidas de las figuras. Entre las transformaciones isométricas se encuentran la reflexión, la traslación y los giros.

TRASLACIÓN: Desplazar la misma figura de un punto a otro con dirección (hacia arriba o hacia abajo, hacia la derecha o hacia la izquierda), magnitud (distancia que se trasladara) y sentido.

GIROS: es un movimiento rígido que consiste en girar los puntos alrededor de un punto fijo (centro de giro a un cierto ángulo que será el ángulo de giro; se puede decir, que es un movimiento determinado por un centro de rotación, orientación y amplitud.

REFLEXIÓN: Es el movimiento que tiene un eje de reflexión que se encuentra en la mitad de cada punto del polígono y la imagen que refleja.

SIMETRIA CICLICA: o también llamada simetría de Leonardo se genera a través de figuras con un centro fijo O, que son rotadas con un ángulo dado por la fórmula $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$, donde 360° es la medida en grados de la circunferencia y n es el número de veces que se quiere repetir la figura, es decir:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ; \text{ lo que nos indica que cada } 90^\circ \text{ se repetirá la figura.}$$

1. Describe de forma detallada el proceso para la construcción de la mándala haciendo énfasis en las transformaciones isométricas y la simetría ciclica. (*niveles de razonamiento de Van Hiele-de razonamiento y de análisis*)

2. Comparte con el grupo el proceso y verifica que se te olvido tener en cuenta. (*actitudes matemáticas*)

3. ¿Cómo te sentiste al realizar la actividad? Explica (*actitudes - hacia las matemáticas y emociones-motivacional*)

4. ¿Cuáles dificultades se te presentaron? Explica (*creencia- acerca de las matemáticas*)

5. ¿Te pareció difícil realizar la actividad? Explica (*creencia- acerca de si mismo*)

Anexo 3**INSTRUMENTO 3****CUARTA Y QUINTA SESIÓN (Orientación libre) . 4 horas**

La mándalas representan las simetrías cíclicas, ya que son imágenes con un centro y con una simetría organizada y su función puede ir desde lo decorativo hasta su uso para la meditación, oración, sanación y desarrollo mental o espiritual en algunas culturas.

1. Se les pide a los estudiantes que elaboren el motivo de su propia mándala y que la construyan en $\frac{1}{4}$ de cartón paja usando herramientas geométricas como lo es el compás, el transportador y la regla y la colorea con lo que crea conveniente (colores, gvinilos, colorines,...). (Niveles de razonamiento-de clasificación)

SEXTA SESIÓN (Integración) 2 horas

Al terminar la construcción de la mándala se hará la exposición del proyecto a los miembros de la comunidad educativa de la institución, en la cual los estudiantes deben contar el proceso de la construcción de la mándala describiendo los pasos y transformaciones realizadas hasta lograr la construcción, además de expresar las emociones que experimentó al realizar la actividad.

(Esta última actividad permite analizar todos los aspectos del componente afectivo y cognitivo de los estudiantes)

Anexo 4:

*Análisis actitudes**Instrumento 1*

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	1.3 Matemáticas	La estudiante llega al conclusión con su compañero que la mándala tiene 4 ejes de simetría y expresa que forman diferentes figuras. Además resalta que la pinto de varios colores.	Desde el conocimiento matemático la estudiante no logra identificar adecuadamente los ejes de simetría que se propone en la mándala. Señala que hay diferentes figuras geometría. Está en un nivel de reconocimiento de acuerdo a los niveles de Van Hiele.
	1.4 Hacia las Matemáticas	La estudiante expresa que se sintió bien desarrollando la actividad, ya que los ayuda a cambiar de pensamiento y actitud, también comparte con sus compañeros y aprenden mucho sobre la matemática ya que es muy importante para su vida.	Se encuentran creencias sobre las matemáticas por ejemplo cuando expresa "cambia de pensamiento sobre la forma como se enseña matemática". Se observa satisfacción con la realización de la tarea.
E2	1.3 Matemáticas	Expresa que la actividad estuvo divertida, concluyo que el tipo la simetría que se evidenciaba en la mándala eran giros.	Se encuentra en el nivel 1. Pero además incorpora en su explicación elementos motivaciones.
	1.4 Hacia las Matemáticas	Dice que se sintió bien y fue una experiencia linda porque de esta manera aprende más y entiende la importancia de las matemáticas.	Satisfacción en la actividad desarrollada. Creencia relacionada con la forma como se enseña.
E3	1.3 Matemáticas	Observa que en la mándala de su compañero tenía ocho ejes de simetría y con estos ejes se formaron distintas figuras como flores, cuadrados, círculos y otras figuras geométricas. También menciona que le pusieron muchos colores para que se viera estéticamente bonita.	Nivel reconocimiento. Se enfocan en la decoración de la figura igual que el estudiante 1
	1.4 Hacia las Matemáticas	Se sintió motivado ya que le parece importante para aprender más sobre la geometría. Expresa que su actitud fue "recochera" con el compañero de la mesa y su actitud es buena hacia la matemática.	Se evidencia satisfacción.
E4	1.3 Matemáticas	Observa que la mándala de su compañero y él son diferentes ya que forman diferentes preguntas. No saca más conclusiones.	No expresa actitud matemática.
	1.4 Hacia las Matemáticas	Se sintió muy contento, con alegría porque de esta manera aprenden cosas distintas, los ayuda a cambiar de pensamiento y saber más sobre la matemática, ya que es fundamental para su vida.	Hay satisfacción Hay creencia en la forma de enseñar. Hay una creencia la matemática fundamental para la vida.
E5	1.3 Matemáticas	Llega a la conclusión que todos tienen respuestas diferentes por los puntos de vista y la forma como	Nivel de reconocimiento. Reconoce algunos elementos pero no se profundiza sobre elementos de la simetría. También se enfoca en la

		pintaron la mándala y las formas que cada una de ellas tiene, por lo tanto tiene ejes de simetría diferentes	decoración de la mándala con el E1 y E4
	1.4 Hacia las Matemáticas	Expresa que se sintió bien, pero no es clara al explicar el motivo.	Hay satisfacción. Hay una creencia relacionada con la enseñanza.
E6	1.3 Matemáticas	Observo la belleza de la mándala de su compañero, dice que la mándala gira o se traslada de un lugar a otro por su forma.	Nivel de reconocimiento.
	1.4 Hacia las Matemáticas	Expresa que se sintió bien al desarrollar la actividad, que le pareció buena, divertida y le llegó al corazón, se sintió contento pintado la mándala ya que busca colores bonitos que le lleguen al alma.	Hay satisfacción.

Instrumento 2

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	2.2 Matemáticas	La estudiante expresa que la actitud que tuvo fue un poco compleja, pero después fueron entendiendo hasta cogerle el ritmo. La cartulina media 24 de ancho y 35 de largo.	No hay actitud matemática. No da respuesta a la pregunta que se les plantea, Verificar la descripción del proceso para la construcción de la mándala y observar que parte del proceso se le olvidó describir. No es posible decir en el nivel de razonamiento se encuentra la estudiante
	2.3 Hacia las Matemáticas	Se sintió un poco incomoda, porque no entendía sobre los ángulos internos y externos, pero poco a poco fue cogiéndole el ritmo y fue muy bueno, porque les ayuda a desarrollar las habilidades y actitudes en las matemáticas.	Expresa satisfacción al realizar la tarea, a pesar que al comienzo se sintió incomoda por las dificultades que tenía. Está en un nivel 2 de análisis de los niveles de razonamiento de Van Hiele, ya que reconoce que las figuras que conforman la mándala tienen ángulos internos y externos esto de una manera informal.
E2	2.2 Matemáticas	La estudiante expresa que la actitud que tuvo fue un poco compleja, pero después fueron entendiendo hasta cogerle el ritmo. La cartulina media 24 de ancho y 35 de largo.	Igual que E1 no hay actitud matemática. Se nota que hay copia de respuesta con E1.
	2.3 Hacia las Matemáticas	Se sintió un poco incomoda, porque no entendía nada de los ángulos y como medir la mitad de la mándala, pero le cogió el ritmo y así aprendió más sobre la matemática.	Satisfacción en la actividad desarrollada a pesar que se sintió incomoda al desarrollar la actividad al comienzo.
E3	2.2 Matemáticas	Expresa que se le dificultó construir la mándala, porque no asistió a una clase y cuando fue a la otra no entendía, pero un compañero de clase de colaboro y la pudo realizar fácilmente	No da la respuesta a la pregunta. No hay actitud matemática en la respuesta. Expresa una creencia acerca de las matemáticas cuando dice que se le dificultó
	2.3 Hacia las Matemáticas	Se sintió contento, porque es una actividad muy emocionante, aunque expresa que no es muy bueno para la	Se evidencia satisfacción.

		matemática.	
E4	2.2 Matemáticas	No asistió.	
	2.3 Hacia las Matemáticas	No asistió.	
E5	2.2 Matemáticas	En algunas ocasiones la medida le quedaba desigual.	No expresa actitud matemática. Expresa una creencia acerca de si mismo cuando dice que le que desigual.
	2.3 Hacia las Matemáticas	Se sintió muy bien porque en la mándala se puede desarrollar la agilidad	Hay satisfacción. Hay una creencia relacionada con el aprendizaje.
E6	2.2 Matemáticas	Expresa que le hizo falta algunos cuadros de simetría y se le había olvidado colocarle que no se llamaba círculo sino circunferencia principal.	Reconoce que al describir el proceso se cometió errores en algunos conceptos, se puede reconocer que se encuentra en el nivel 1 de reconocimiento de los niveles de Van Hiele
	2.3 Hacia las Matemáticas	Se sintió contento con mucha concentración al hacer las líneas y paciencia con el compás, porque por un poquito que se cierre el compás le queda mal haciendo la mándala iba como girando al hacer todos la circunferencia, son muy malucos para hacer porque por un poquito que se troque queda mal.	Hay satisfacción. Se encuentra en un nivel 1 de reconocimiento (Niveles de razonamiento Van Hiele)

Instrumento 3

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	Matemáticas	En la construcción de la mándala se practicó lo aprendido en clase, utiliza el procedimiento de rotación, traslación, reflexión y simetría cíclica.	Hay actitud matemática. Expresa que practico lo aprendido en la construcción de la mándala. Identifica rotación y simetría cíclica. Se encuentra en el Nivel 1 de reconocimiento.
	Hacia las Matemáticas	Le pareció muy buena la actividad porque utilizaron los conocimientos de las clases anteriores y pudo practicar para aclarar el tema.	Expresa satisfacción e interés al realizar la tarea ya que aplico lo aprendido.
E2	Matemáticas	La mándala es cíclica porque todos sus lados son iguales y de giros porque al momento de hacerlo va girando y de reflexión porque se refleja de lado a lado.	Hay actitud matemática. Identifica giros y simetría cíclica en la mándala. Se encuentra en el Nivel 1 de reconocimiento.
	Hacia las Matemáticas	Le pareció buena porque aprendió a manejar el transportador, la regla y el compás.	Sintió satisfacción e interés ya que aprendió a manejar herramientas matemáticas.
E3	Matemáticas		No hay actitud matemática en el escrito.
	Hacia las Matemáticas	Se sintió bien al realizar la actividad, fue divertida y se puede aprender más sobre las mándalas y sus partes.	Expresa satisfacción en el desarrollo de la actividad y se enfoca en la forma de la mándala.
E4	Matemáticas	La mándala representa reflexión y giro, giro 8 veces, luego decoro con flores y corazones, luego la pinto y le delinee todos los bordes quedo muy	Reconoce que en la mándala hay giros, pero se enfoca en gran medida en lo estético de la mándala, por lo tanto no hay una actitud matemática.

		linda y bien pintada, uso varios colores que resaltara la obra que hizo con esfuerzo y dedicación.	
	Hacia las Matemáticas	Se sintió feliz y le pareció chévere y además aprendió a construir fácilmente la mandala.	Expresa satisfacción porque aprendió a construir la mandala.
E5	Matemáticas	La mandalas deben tener ejes de simetría y se deben hallar muy bien ya que se reflejan en la forma de hacerla y siempre se dirige por un punto en el centro, en la mandala construida se reflejan los giros, se trata de girar los círculos de un eje a otro y así sucesivamente al delinearlos se debe hacer de una manera que las formas de las mandalas no queden feas.	Identifica que en la mandala hay giros, aunque no es muy claro para explicar el concepto. Se encuentra en un nivel 1 de reconocimiento. No hay actitud matemática.
	Hacia las Matemáticas	Se sintió bien realizando la actividad, ya que en ella pudieron desarrollar la creatividad y gustos, ya que todos debían hacer una mandala diferente creándola y pintándola.	Hay satisfacción, interés y curiosidad. Ya que le gusta pinar
E6	Matemáticas		No expresa actitud matemática en el escrito.
	Hacia las Matemáticas	Se sintió muy contento porque les gusta dibujar y pintar.	Hay satisfacción. Se enfoca en parte artística de la mandala.

*Análisis cognitivo**Instrumento 1*

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	1.2	La mandala tiene 8 ejes de simetría. Le parece que la figura da una rotación alrededor del sol. Con los ejes simétricos se refleja una estrella en la cual cada parte forma triángulos que rotan alrededor de la figura.	Según los Niveles de razonamiento de Van Hiele, la estudiante se encuentra en un nivel 1 de reconocimiento. Reconoce aunque de manera incorrecta 8 ejes de simetría en la mandala que coloreo, rotación de figuras. Describe solo el aspecto físico de las figuras y buscan semejanzas con objetos que no son propiamente matemáticos.
E2	1.2	La mandala pintada tiene 4 ejes de simetría, sus ejes pueden ser de rotación ya que pueden rotarse en círculo. Los elementos que lo componen son orgánicos y figuras geométricas y su forma básica es la circunferencia, ya que es una herramienta fundamental.	Nivel 1: de razonamiento de los Niveles de razonamiento de Van Hiele. Identifica 4 ejes de simetría y rotación. Percibe las figuras geométricas en la totalidad.
E3	1.2	La mandala tiene 4 ejes de simetría, vio un movimiento de traslación, cuando la trasladaba de un lado a otro para poder pintarla fue mucho más fácil. También observo la reflexión y rotación.	Nivel 1 de reconocimiento. Identifica 4 ejes de simetría. No reconoce propiedades de las transformaciones isométricas, ya que expresa que en la mandala hay rotación, traslación y reflexión.
E4	1.2	La mandala tiene 4 ejes de simetría, expresa que le parece que la mandala puede girar con el viento y con los ejes de simetría se da un reflejo de "cuadros" y triángulos en la cual también se dan varias figuras simétricas.	Nivel 1 de reconocimiento. Presenta dificultad para reconocer figuras y usar sus nombres adecuadamente. La descripción de giro lo relaciona con el viento. Reconoce que las figuras son simétricas.
E5	1.2	La mandala tiene 8 ejes de simetría porque todos sus lados son casi iguales, ya que sus cuadrados rotan de manera en que el de arriba y el abajo sean semejantes igual que de una lado a otro y los demás. Sus círculos son identificados por cada eje igual que todas las partes de él. Como en la traslación.	Nivel 1 de reconocimiento. Como E1 identifica erróneamente 8 ejes de simetría. Percibe las transformaciones de manera global, incluye atributos irrelevantes en las descripciones que hace.
E6	1.2	La mandala tiene 8 ejes de simetría la figura se refleja y dio un giro de varias formas, con los colores quedara dando un giro. Al comienzo da un giro de bastante nivel hacia lo último daba un giro corto haciendo que termine en una "bolita"	Nivel 1 de reconocimiento. Igual que E1 y E5 identifica de manera errónea 8 ejes de simetría. A la circunferencia la llama "bolita" Se limita a decir que la figura da un giro, incluye atributos irrelevantes en la descripción hecha.

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	2.1 Nivel 2 (de análisis)	<p>Enumera los materiales utilizados para construir la mándala: Compás, transportador, lápiz, borrador, cartulina y regla.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Halla la mitad de la cartulina. - Dividió 360° entre 8 y le dio como resultado 45°. - Con el transportador halla los 45°. - Con el compás se paró en la mitad e hizo la circunferencia principal. - Nos paramos en la mediatriz y hallamos la mitad del ángulo. - Hallaron la bisectriz para poder encontrar la forma del rango o cuadrado. - Así se siguió el procedimiento en todos los ángulos hasta que se terminó la mándala. <p>La mándala es una "giración" y una simetría cíclica.</p>	<p>El estudiante no alcanza adecuadamente el nivel 2 De análisis, ya que la descripción de cada uno de los pasos que se siguió para construir la mándala no son claros y usa un vocabulario que no es propio de la matemática.</p> <p>Confunde conceptos, y para referir al giro lo expresa como "giración".</p>
E2	2.1	<p>Enumera materiales: regla, compás, transportador, lápiz con punta delgada y "un 8" de cartulina.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Hallar la mitad de la cartulina. -Hacer la división $360^\circ/8=45^\circ$. -Con el transportador hallar los 45°. -Con el compás se hace la circunferencia principal. Con la mediatriz hallan la mitad del ángulo. -Medir la bisectriz y halla el rombo. - Lo mismo se hizo en los otros ángulos hasta terminar. -En la mándala hubo reflexión, rotación,"giración" y simetría cíclica. 	<p>Igual que E1 no alcanza el nivel 2 de reconocimiento no hace una descripción detallada del procedimiento seguido para la construcción de la mándala.</p> <p>Confunde los conceptos de mediatriz y bisectriz.</p> <p>No usa un lenguaje matemático adecuado.</p>
E3	2.1	<ul style="list-style-type: none"> -En primer paso se hizo un círculo con el compás. -Se partió la hoja a la mitad a lo largo y a lo ancho de la hoja. -Se tomaron unas medidas con el transportador y a regla y se hizo el primer "cuadro". -Y así se hace sucesivamente hasta acabar. -Luego se repasó con lapicero y se pintó. 	<p>Hace una descripción muy incompleta del procedimiento que siguió para construir la mándala.</p> <p>No se encuentra en el Nivel 2 de análisis de los niveles de razonamiento de Van Hiele.</p> <p>No usa lenguaje matemático.</p>
E4	2.1	No asistió	No asistió
E5	2.1	<p>Describe materiales: 1/8 de cartulina, compás, transportador, regla.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Primero se le hizo la medida de la mitad y luego por la otra mitad se cogió el compás y se hizo el círculo. Luego se midió la mitad de cada ángulo. Tocaba dividir 360° dividido 	<p>No hace una descripción clara y completa del procedimiento para construir la mándala.</p> <p>No alcanza el nivel 2 de análisis de los niveles de razonamiento de Van Hiele.</p> <p>No usa un lenguaje matemático.</p> <p>No reconoce propiedades de las figuras y sus elementos.</p>

		<p>8- -Luego “nos paramos” en el centro se cruza cada una de las circunferencias, “nos paramos “ y se hizo la bisectriz, después la mediatriz después se cruza una línea uniendo las dos mediatrices, luego se unieron los puntos y se hizo un rombo y ese mismo procedimiento se le hizo a todas las circunferencias. A lo último se repasó con lapicero negro y se pintó de diferentes colores para que quedara bien hecha.</p>	
--	--	---	--

Instrumento 3

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1		<p>Para construir la mándala se utiliza el compás, regla, lápiz, borrador y un octavo de cartulina. Primero se cogió la cartulina y se le tomo las medidas del largo y ancho. Donde se encontraba las “rayas” se marcó un punto. Se pone el compás en ese punto y se construye la circunferencia principal. Se dividió $360^\circ/8=45^\circ$. Se trazó una bisectriz al ángulo de 45°. Con el compás se realizó una mediatriz que es la mitad de la línea recta. Después se unieron “esas rayas” y se formó un rombo o cuadrado. Después ese mismo procedimiento se trasladaba hacia los demás ejes de simetría, porque es una simetría cíclica.</p>	<p>El estudiante se encuentra en un Nivel 1 de reconocimiento (niveles de razonamiento de Van Hiele) aunque reconoce algunas propiedades de los ángulos (bisectriz) y segmentos de rectas (mediatriz) aún no hace un uso adecuado del lenguaje matemático. Describe solo el aspecto físico de las figuras y no hace clasificación. Hace una descripción del procedimiento general. Aplica el concepto de transformaciones isométricas. Mejora su descripción en comparación a la anterior.</p>
E2		<p>Para construir la mándala se utilizaron los siguientes materiales: “8” de cartulina, transportador, regla, colores, compás. Procedimiento: Se cogió la cartulina y con una regla se halló la mitad, luego se trazaron líneas que pasaran por ese punto, de esta manera se pudo empezar a hacer la figura la cual fue una estrella, sus lados se repetían 8 veces y cada uno con 45°, por lo cual hizo la división $360^\circ/8=45^\circ$. Tipo de mándala: Esta mándala es cíclica porque todos sus lados son iguales y son giros porque al momento de hacerla va girando y de reflexión porque se</p>	<p>Se encuentra en un nivel 1 de reconocimiento. Hace una descripción poco detallada del procedimiento que llevo a cabo para la construcción de la mándala. Tiene en cuenta el concepto de las transformaciones isométricas.</p>

		refleja de lado a lado.	
E3		<p>La profesora nos dio la instrucción que cada uno construyera su propia mándala en un 1/8 de cartulina.</p> <p>Primer paso: con el compás se hizo la circunferencia en 45° cada línea, luego se realizó un cuadro mediano en el centro de la hoja, en la cual realizo un círculo para pintarlo de diferentes colores, luego hizo la mediatriz que quedo parecida a la punta de una estrella, luego tomo otra medida e hizo otra punta parecida a una estrella.</p>	<p>Nivel 1 de reconocimiento.</p> <p>Hace una descripción corta del proceso que llevo a cabo para construir la mándala.</p> <p>Compara lo construido con figuras de la naturaleza.</p> <p>Se enfoca en el coloreado.</p>
E4		<p>Los materiales utilizados para construir la mándala fueron; Colores, transportador, compas, regla, lápiz, borrador, 1/8 de cartulina y sobre todo paciencia y dedicación.</p> <p>El procedimiento fue el siguiente: Primero se halló el punto fijo trazando con la regla en la mitad horizontal y verticalmente. Luego se hizo la circunferencia principal. Luego se halló la bisectriz. Luego la mediatriz que son los puntos de una estrella o de una flor. Luego se realizó un octágono grande y uno mediano. Con el compás realizó una flor, para hacer la flor se ubicó en el centro y hallo la mitad de ella y así pudo hacer la figura.</p>	<p>Expresa una actitud hacia las matemáticas (paciencia y dedicación)</p> <p>Nivel 1 de reconocimiento</p> <p>No es detallada la descripción.</p> <p>No usa el concepto de transformaciones isométricas en la descripción.</p>
E5		<p>“Comencé a crear mi mándala”</p> <p>Los materiales: 1/8 de cartulina, compás, regla, y transportador.</p> <p>Hallo la mitad de la cartulina, luego hizo los dos círculos de afuera.</p> <p>Hizo las circunferencias del centro, hizo líneas y luego las formo en forma de estrellas, en el espacio al borde de la estrella, le hizo círculos y luego borro las líneas de 45° lo repaso con lapicero y lo pinto.</p>	<p>Nivel 1 de reconocimiento</p> <p>Fue poco claro en la descripción de la construcción de la mándala.</p> <p>No usa el concepto de transformaciones isométricas y simetría cíclica en la construcción de la mándala.</p>
E6		<p>La profesora entrego los materiales para hacer la mándala, se cogió una hoja y se divido en la mitad, se le hizo una línea, luego la doblo otra vez a la línea y luego se midió con el transportador y el compás una rueda derecha, luego se hizo el punto bien en la mitad del círculo se midió y se hizo 4 círculos chiquitos y 2 cuadros derechos y al otro lado le hizo varias líneas pequeñas, para que no queden</p>	<p>Nivel 1 de reconocimiento.</p> <p>La descripción del paso a paso fue poco detallado</p> <p>Se enfoca en la manera como la pinto (artístico)</p> <p>Deja de lado la aplicación del concepto de transformaciones isométricas y simetría cíclica.</p> <p>Su lenguaje matemático no es adecuado.</p>

		tan grandes, luego la pinto de color amarillo al lado de arriba , luego pinto el otro cuadro de azul, el otro cuadro de color rojo, etc...	
--	--	--	--

Anexo 6

*Análisis creencias.**Instrumento 1*

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	1.5 Acerca de las matemáticas	Las dificultades que se presentaron fue identificar los ejes de simetría, y darle respuesta a algunas preguntas.	Se enfocó en el objeto matemático. No detalla la dificultad
	1.6 Acerca de sí mismo	Le pareció un poco difícil porque no está acostumbrada a realizar este tipo de actividades, pero expresa que es muy importante que se siga trabajando con la simetría para aprender mucho.	Es difícil la actividad. Pero expresa que esta manera de aprender es importante. Actitud hacia el interés.
E2	1.5 Acerca de las matemáticas	Reconocer los ejes de simetría, ya que al pintar estuvo ensayando y solicito ayuda.	Se enfocó en el objeto matemático y expresó dificultad desde lo artístico. No detalla la dificultad.
	1.6 Acerca de sí mismo	No le pareció difícil, porque se sintió bien y no tuvo ningún problema, solo en identificar los ejes de simetría. LE gusto porque al pintar pudo expresar todos los sentimientos que tiene sobre las matemáticas y pone empeño por aprender más.	Su creencia está relacionada con tener dificultad. Pero expone que se le dificulta la simetría. Expresa la importancia con el coloreado. Lo relaciona con la actitud hacia las matemáticas porque se siente satisfecho.
E3	1.5 Acerca de las matemáticas	Identificar los ejes de simetría y responder las preguntas.	Se enfocó en el objeto matemático. Se enfoca en la comprensión de las preguntas.
	1.6 Acerca de sí mismo	No le pareció difícil realizar la actividad porque pintar es fácil aunque no es su arte y poco le gusta e intento pintarla lo más bonita que pudo.	Se enfoca en el coloreado
E4	1.5 Acerca de las matemáticas	Se le dificulto expresar las respuestas, pintar, identificar ejes de simetría y si era rotación, traslación o giro.	Se enfoca: objeto matemático y detalla otro elemento como es la traslación y giro. , en la comprensión de las preguntas
	1.6 Acerca de sí mismo	Le pareció un poco difícil porque es un tema que poco ven, pero expresa que debe ponerle más empeño para lograr aprender más sobre el tema estudiado.	Hay dificultad en la tarea. Lo relacionada con la creencia de la poca enseñanza de esto. También la actitud hacia las matemáticas de ponerle interés.
E5	1.5 Acerca de las matemáticas	Diversas o varias porque en algunas ocasiones no las comprendió al intentar realizarla.	No especifica que tipo de dificultades tuvo.
	1.6 Acerca de sí mismo	No le pareció difícil porque en cualquier lugar se debe aprender para en un futuro buscar trabajo o demás cosas	No le parece difícil. Lo importante de lo que aprende es para su trabajo.
E6	1.5 Acerca de las matemáticas	Expresa que se le dificulto al pintar los cuadros pequeños, porque se salía de la línea.	Enfoco la dificultad en el coloreado.
	1.6 Acerca de sí mismo	No le pareció difícil, porque solo debía tener un poco de curiosidad y cuidado al pintar para que no se saliera de la línea, porque si se sale de la línea queda "empayasado"	No le parece difícil y lo relacionada con actitudes hacia el coloreado

Instrumento 2

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	2.4 Acerca de las matemáticas	Las dificultades que se le presentó fue hallar la medida de los ángulos, al trazar el rombo y la medida de los ángulos externos.	Se enfocó en el objeto matemático. Hallar medida de ángulos y trazar figuras
	2.5 Acerca de si mismo	Si, cuando comenzó, al dividir los ángulos con el transportador y no sabía cómo manejarlo pero después tuvo una explicación clara	Le parece difícil realizar la actividad, enfoca su dificultad al manejo de las herramientas matemáticas (transportador)
E2	2.4 Acerca de las matemáticas	-Hallar la medida de los ángulos. -Trazar el rombo. -La medida de los ángulos externos.	Se enfocó en el objeto matemático. Enumera las dificultades
	2.5 Acerca de si mismo	Al principio sí, después le pareció buena y fácil. Entendió mucho acerca de los ángulos internos y externos. Ya tiene un saber mejor de la matemática.	Su creencia está relacionada con tener dificultad al comienzo de la actividad, tiene la creencia que si entiende la matemática, si se le presentan dificultades le parece aburrida. Expresa satisfacción porque aprendió algo nuevo de matemáticas.
E3	2.4 Acerca de las matemáticas	En las medidas para hacer los recuadros.	No se enfoca en el objeto matemático No es claro al enumerar sus dificultades y no utiliza un lenguaje matemático.
	2.5 Acerca de si mismo	Si un poco. Porque no es tan bueno para las matemáticas.	Tiene la creencia que no es bueno para las matemáticas y por lo tanto se le presentan dificultades.
E4	2.4 Acerca de las matemáticas	No asistió	
	2.5 Acerca de si mismo	No asistió	
E5	2.4 Acerca de las matemáticas	En las medidas y en los cuadros.	No es claro al enumerar sus dificultades. No utiliza lenguaje matemático. Nivel 1 de reconocimiento.
	2.5 Acerca de si mismo	No, porque de igual manera tenía que aprender	Tiene la creencia que las dificultades se superan cuando se aprende.
E6	2.4 Acerca de las matemáticas	Que tenía que ser una línea muy exacta, porque medio se trocaba le quedaba mal al trabajar con el compás tiene que ser muy exacto, porque medio se cierra un poquito el compás le queda mal la circunferencia, pero con paciencia hice la mándala.	Se enfoca en la dificultad que se le presento al manejar las herramientas matemáticas. No hace referencia al objeto matemático.
	2.5 Acerca de si mismo	Un poquito porque es muy exacta al hacer la circunferencia con el compás, pero estuvo muy buena la actividad porque necesita concentración y mucha atención para hacer la mándala.	Le parece un poco difícil, por la exactitud que hay que tener para construir la mándala. Expresa actitud hacia las matemáticas ya que expresa satisfacción.

Instrumento 3

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	Acerca de las matemáticas	Utilizo los conocimientos adquiridos en las clases anteriores y lo pudo practicar para tener el tema más claro.	El estudiante tiene la creencia que si práctica lo aprendido tendrá más claro los conceptos. Expresa interés (actitud matemática)
	Acerca de sí mismo	No le pareció difícil, gracias a las explicaciones y conocimientos del profesor.	Su relación con la matemática está dada por la forma que el profesor explique los conceptos.
E2	Acerca de las matemáticas	Aprendió mucho más sobre la matemática, ya que se divide en muchas partes y se puede mejorar más.	Creencia acerca de la extensión de la matemática y su importancia.
	Acerca de sí mismo	Le ayudo a comprender más sobre la importancia de hacer cosas nuevas	Reconoce la importancia de aprender cosas nuevas. Demuestra interés (actitud matemática)
E3	Acerca de las matemáticas		En el escrito no se hace evidente las creencias que tiene acerca de las matemáticas.
	Acerca de sí mismo		No expresa creencia acerca de sí mismo en el escrito.
E4	Acerca de las matemáticas	Cree que aprendió a construir fácilmente la mandala	No expresa dificultades, No es expresa claramente su creencia acerca de la matemáticas
	Acerca de sí mismo	Para aprender debe tener paciencia y dedicación.	Tiene la creencia que con paciencia y dedicación se aprende matemáticas
E5	Acerca de las matemáticas	Se le dificulto el uso de las herramientas matemáticas, ya que las medidas debían se exactas.	Enfoca su dificultad en el uso de las herramientas matemáticas y las medidas.
	Acerca de sí mismo	Desarrollar la creatividad y gustos.	Tiene la creencia que si le gusta desarrolla habilidades.
E6	Acerca de las matemáticas		En el escrito no se hace evidente las creencias que tiene acerca de las matemáticas.
	Acerca de sí mismo		No expresa creencia acerca de sí mismo en el escrito

Anexo 7:

ANÁLISIS EMOCIONES-MOTIVACIONAL

Instrumento 1

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1	1.4	La estudiante expresa que se sintió bien desarrollando la actividad, ya que los ayuda a cambiar de pensamiento y actitud, también comparte con sus compañeros y aprenden mucho sobre la matemática ya que es muy importante para su vida.	Se encuentran creencias sobre las matemáticas por ejemplo cuando expresa “cambia de pensamiento sobre la forma como se enseña matemática”. Se observa satisfacción, entusiasmo y empatía con la realización de la tarea.
E2	1.4	Dice que se sintió bien y fue una experiencia linda porque de esta manera aprende más y entiende la importancia de las matemáticas.	Satisfacción en la actividad desarrollada. Creencia relacionada con la forma como se enseña. Interés, motivación y empatía
E3	1.4	Se sintió motivado ya que le parece importante para aprender más sobre la geometría. Expresa que su actitud fue “recochera” con el compañero de la mesa y su actitud es buena hacia la matemática.	Motivación, interés y empatía en el desarrollo de la actividad.
E4	1.4	Se sintió muy contento, con alegría porque de esta manera aprenden cosas distintas, los ayuda a cambiar de pensamiento y saber más sobre la matemática, ya que es fundamental para su vida.	Motivación, interés y empatía en el desarrollo de la actividad. Hay satisfacción Hay creencia en la forma de enseñar. Hay una creencia la matemática fundamental para la vida.
E5	1.4	Expresa que se sintió bien, pero no es clara al explicar el motivo.	Hay empatía Hay satisfacción. Hay una creencia relacionada con la enseñanza.
E6	1.4	Expresa que se sintió bien al desarrollar la actividad, que le pareció buena, divertida y le llegó al corazón, se sintió contento pintado la mandala ya que busca colores bonitos que le lleguen al alma.	Hay motivación, interés, entusiasmo y empatía al desarrollar la actividad. Ha satisfacción (actitud hacia las matemáticas)

Instrumento 3

ESTUDIANTE	TAREA	OBSERVACIÓN	SIGNIFICADO
E1		Se sintió bien, porque practico lo aprendido en clase.	Expresa motivación y entusiasmo en la realización de la actividad.
E2		Le pareció buena porque aprendió a manejar el transportador, la regla y el	Expresa entusiasmo ya que aprendió a manejar herramientas matemáticas (Compás, regla,

		compás.	transportador)
E3		Se sintió bien al realizar la actividad, fue divertida y se puede aprender más sobre las mándalas y sus partes.	La parte artística lo motivo a aprender, expresa entusiasmo y empatía en el desarrollo de la actividad.
E4		Se sintió feliz y le pareció chévere y además aprendió a construir fácilmente la mándala.	Expresa entusiasmo y agilidad mental, ya que aprendió a construir la mándala sin dificultades. Creencia acerca de las matemáticas.
E5		Se sintió bien realizando la actividad, ya que en ella pudieron desarrollar la creatividad y gustos, ya que todos debían hacer una mándala diferente creándola y pintándola.	Siente motivación, entusiasmo y empatía al realizar la actividad. La parte artística lo motiva a aprender, ya que debe crear y pintar.
E6		Se sintió muy contento porque les gusta dibujar y pintar.	Enfoca su motivación en lo artístico, por lo tanto expresa interés en dibujar y pintar, pero deja de lado el objeto matemático.

Anexo 8:

Fotografías mándalas



Figura 7, mándala construida por E4

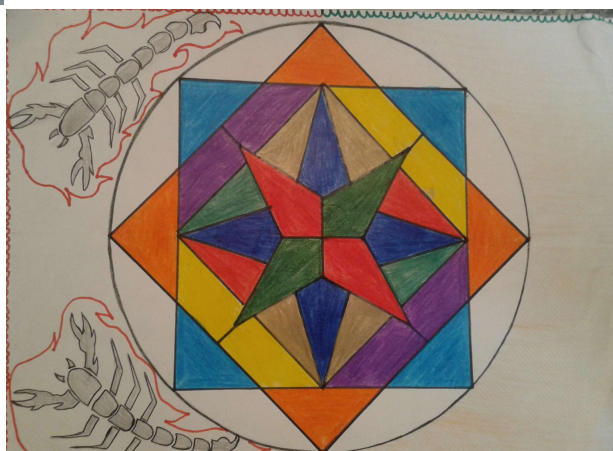


Figura 6, Mándala construida por E5

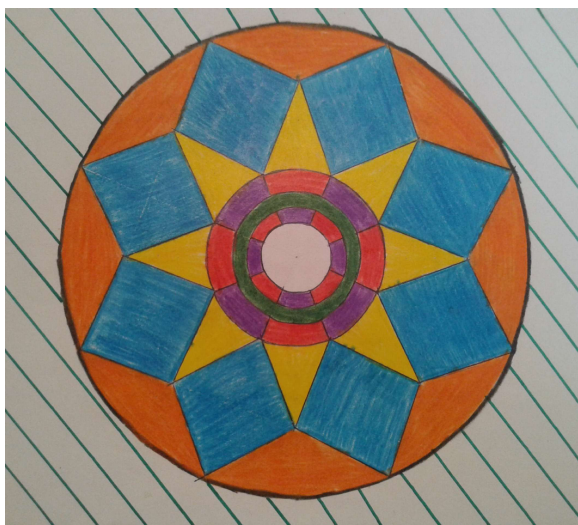


Figura 8, Mándala construida por E2